考号____________

姓名____________

班级____________

学校____________

密　封　线　内　不　要　答　题

# 2023届高三考试
# 数学试题(文科)

**考生注意：**

1. 本试卷共150分。考试时间120分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合 $A=\{1,2,4,8\}$，$B=\{0,2,4\}$，则 $A\cup B=$

A. $\{2\}$　　B. $\{2,4\}$

C. $\{1,2,4,8\}$　　D. $\{0,1,2,4,8\}$

2. 设 $(2-\mathrm{i})a=(-\frac{4}{b}+2\mathrm{i})b$，其中 $a,b$ 为实数，则

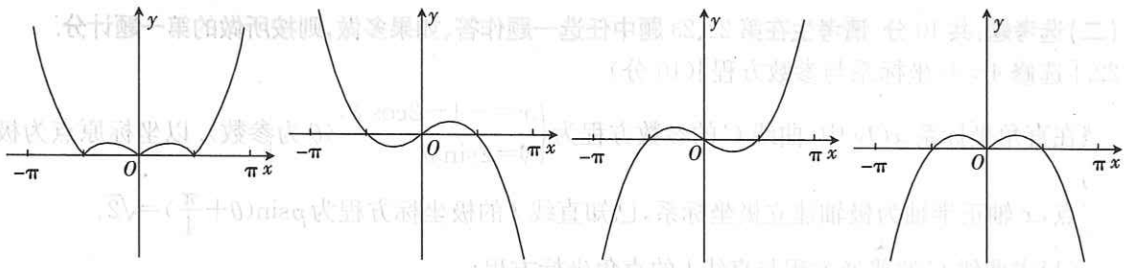
A. $a=-2,b=1$　　B. $a=2,b=-1$

C. $a=1,b=-2$　　D. $a=-1,b=2$

3. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$，且 $a_1+a_2=3$，$2a_1+a_2=4$，则 $S_6=$

A. 128　　B. 127　　C. 64　　D. 63

4. 函数 $f(x)=\cos x\cdot\ln\frac{\pi+x}{\pi-x}$ 在 $(-\pi,\pi)$ 上的图象大致为




A　　B　　C　　D

5. 从集合 $\{x\in\mathbf{N}|10\leqslant x\leqslant 20\}$ 中任取2个不同的质数 $a,b$，则 $|a-b|\geqslant 4$ 的概率为

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{2}{5}$

6. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一个焦点 $F(c,0)$ 到 $C$ 的一条渐近线的距离为 $\frac{2}{7}c$，则 $C$ 的离心率为

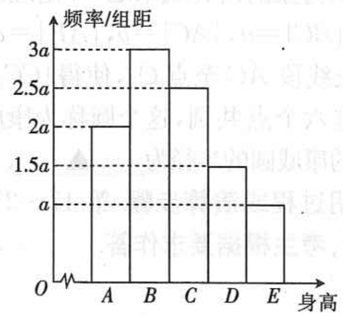
A. $\frac{11\sqrt{2}}{15}$　　B. $\frac{3\sqrt{3}}{5}$　　C. $\frac{7\sqrt{5}}{15}$　　D. $\frac{16}{15}$

7. 将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})(\omega>0)$ 图象上所有点的横坐标伸长到原来的2倍，再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，若 $y=g(x)$ 为奇函数，则 $\omega$ 的最小值为

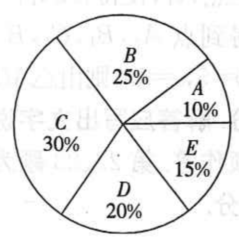
A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

8. 某市教育局为得到高三年级学生身高的数据，对高三年级学生进行抽样调查，随机抽取了1000名学生，他们的身高都在 $A,B,C,D,E$ 五个层次内，分男女生统计得到以下样本分布统计图，则下列叙述正确的是

女生身高频率分布直方图




男生身高分布扇形图



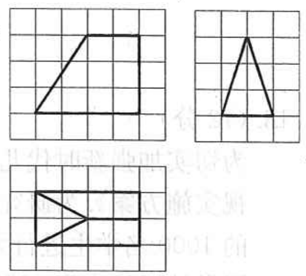

A. 样本中 $A$ 层次的女生比相应层次的男生人数多

B. 估计样本中男生身高的中位数比女生身高的中位数大

C. $D$ 层次的女生和 $E$ 层次的男生在整个样本中频率相等

D. 样本中 $B$ 层次的学生数和 $C$ 层次的学生数一样多

9. 如图，网格纸上绘制的是一个多面体的三视图，网格小正方形的边长为1，则该多面体的体积为



A. $\frac{16}{3}$

B. 8

C. $\frac{28}{3}$

D. 10

10. 已知函数 $f(x)=\frac{4|x|}{1+|x|}$，则不等式 $f(2x-3)<2$ 的解集是

A. $(1,2)$　　B. $(\frac{1}{2},\frac{5}{2})$

C. $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,\frac{1}{2})\cup(\frac{5}{2},+\infty)$

11. 已知三棱锥 $A-BCD$ 的底面是正三角形，$AB\perp$ 平面 $BCD$，且 $AB=BC$，则直线 $AB$ 与平面 $ACD$ 所成角的正弦值为

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$　　C. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^x-2,x\geqslant 0,\\ \frac{x}{2}+1,x<0,\end{cases}$ 若 $m<n$，且 $f(m)=f(n)$，则 $n-m$ 的最大值是

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

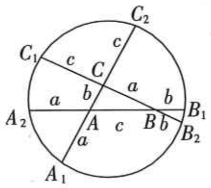
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(3-m,2)$，$\boldsymbol{b}=(1,m)$，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $m=$ ▲ .

14. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_1=3$，$a_2+a_4=14$，若 $a_m=41$，则 $m=$ ▲ .

15. 已知抛物线 $C$：$y^2=2px(p>0)$ 的焦点是 $F$，$A$ 是 $C$ 的准线上一点，线段 $AF$ 与 $C$ 交于点 $B(\frac{p}{8},y_0)$，且 $S_{\triangle AOF}=3$（$O$ 为坐标原点），则 $p=$ ▲ .

16. "康威圆定理"是英国数学家约翰・康威引以为豪的研究成果之一. 定理的内容如下：如图，$\triangle ABC$ 的三条边长分别为 $|BC|=a$，$|AC|=b$，$|AB|=c$. 延长线段 $CA$ 至点 $A_1$，使得 $|AA_1|=a$，延长线段 $AC$ 至点 $C_2$，使得 $|CC_2|=c$，以此类推得到点 $A_2$，$B_1$，$C_1$，$B_2$，那么这六个点共圆，这个圆称为康威圆. 已知 $a=12$，$b=5$，$c=13$，则由 $\triangle ABC$ 生成的康威圆的半径为 ▲ .




三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

$\triangle ABC$ 的内角 $A,B,C$ 的对边分别是 $a,b,c$，且 $(b-c)(\sin B+\sin C)=(a+c)\sin A$.

(1) 求 $B$；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$，且 $b=\frac{\sqrt{3}(a+c)}{2}$，求 $\triangle ABC$ 的周长.

18.（12 分）

为切实加强新时代儿童青少年近视防控工作，经国务院同意发布了《综合防控儿童青少年近视实施方案》. 为研究青少年每天使用手机的时长与近视率的关系，某机构对某校高一年级的 1000 名学生进行无记名调查，得到如下数据：有 40% 的同学每天使用手机超过 1 h，这些同学的近视率为 40%，每天使用手机不超过 1 h 的同学的近视率为 25%.

(1) 从该校高一年级的学生中随机抽取一名学生，求其近视率；

(2) 请完成 2×2 列联表，通过计算判断能否有 99.9% 的把握认为该校学生每天使用手机的时长与近视率有关联.

| | 每天使用超过 1 h | 每天使用不超过 1 h | 合计 |
|---|---|---|---|
| 近视 | | | |
| 不近视 | | | |
| 合计 | | | 1000 |

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

| $P(K^2\geqslant k_0)$ | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.001 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $k_0$ | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 10.828 |

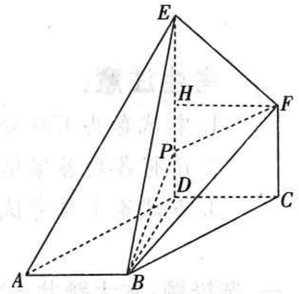


19.（12 分）

如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，$ED\perp$ 平面 $ABCD$，$CF\parallel DE$，四边形 $ABCD$ 是平行四边形. $DE=2CF=2CD=2BD$，$BD\perp CD$，$H$ 为 $DE$ 的中点.

(1) 证明：$HF\perp$ 平面 $BDE$.

(2) 若 $P$ 是棱 $DE$ 上一点，且 $DP=\frac{1}{4}DE=1$，求点 $E$ 到平面 $BFP$ 的距离.




20.（12 分）

已知函数 $f(x)=2\ln x+\frac{a}{x}$，$a\in\mathbf{R}$.

(1) 当 $a=4$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间；

(2) 设函数 $g(x)=\frac{f(x)-2}{x}$，若 $g(x)$ 在 $(1,e^2)$ 上存在极值，求 $a$ 的取值范围.

21.（12 分）

已知椭圆 $C$：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右顶点是 $M(2,0)$，离心率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 $C$ 的标准方程.

(2) 过点 $T(4,0)$ 作直线 $l$ 与椭圆 $C$ 交于不同的两点 $A$，$B$，点 $B$ 关于 $x$ 轴的对称点为 $D$，问直线 $AD$ 是否过定点？若是，求出该定点的坐标；若不是，请说明理由.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22. [选修 4－4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 $xOy$ 中，曲线 $C$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=-1-2\cos\theta,\\ y=2\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数）. 以坐标原点为极点，$x$ 轴正半轴为极轴建立极坐标系，已知直线 $l$ 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}$.

(1) 求曲线 $C$ 的普通方程与直线 $l$ 的直角坐标方程；

(2) 若直线 $l'$ 过点 $M(-2,1)$ 且与直线 $l$ 平行，直线 $l'$ 交曲线 $C$ 于 $A$，$B$ 两点，求 $\frac{1}{|MA|}+\frac{1}{|MB|}$ 的值.

23. [选修 4－5：不等式选讲]（10 分）

已知 $a,b,c$ 均为正数，且 $4a^2+b^2+16c^2=1$，证明：

(1) $2a+b+4c\leqslant\sqrt{3}$；

(2) $\frac{1}{4a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{16c^2}\geqslant 9$.