考号______________

姓名______________

班级______________

学校______________

密封线内不要答题

2023届高三考试
数学试题(理科)

考生注意：

1. 本试卷共150分。考试时间120分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U=\{x|-4<x<4\}$，$A=\{x|-3\leqslant x<2\}$，则 $\complement_U A=$

A. $(-3,2]$　　B. $[-3,2)$

C. $(-4,-3)\cup[2,4)$　　D. $(-4,-3]\cup(2,4)$

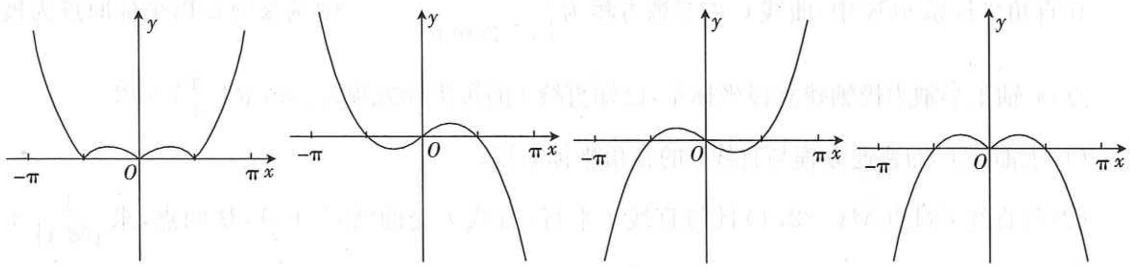
2. 若 $z=2-\mathrm{i}$，则 $z\bar{z}-2+2\mathrm{i}=$

A. $3+2\mathrm{i}$　　B. $2+3\mathrm{i}$　　C. $1+2\mathrm{i}$　　D. $1+3\mathrm{i}$

3. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_1+a_2+a_3=7$，$a_2+a_3+a_4=14$，则 $S_6-S_3=$

A. 28　　B. 42　　C. 49　　D. 56

4. 函数 $f(x)=\cos x\cdot\ln\dfrac{\pi+x}{\pi-x}$ 在 $(-\pi,\pi)$ 上的图象大致为



A　　B　　C　　D

5. 将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})(\omega>0)$ 图象上所有点的横坐标伸长到原来的2倍，再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，若 $y=g(x)$ 为奇函数，则 ω 的最小值为

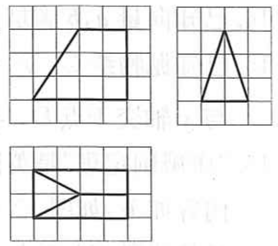
A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

6. 已知函数 $f(x)=\dfrac{4|x|}{1+|x|}$，则不等式 $f(2x-3)<2$ 的解集是

A. $(1,2)$　　B. $(\frac{1}{2},\frac{5}{2})$

C. $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,\frac{1}{2})\cup(\frac{5}{2},+\infty)$

7. 如图，网格纸上绘制的是一个多面体的三视图，网格小正方形的边长为1，则该多面体的体积为

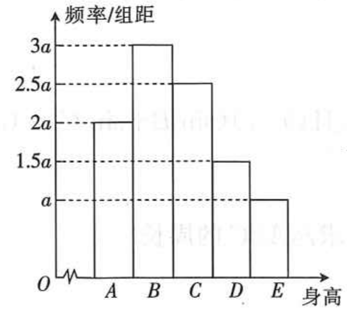


A. $\frac{16}{3}$　　B. 8

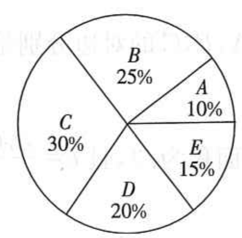
C. $\frac{28}{3}$　　D. 10

8. 某市教育局为得到高三年级学生身高的数据，对高三年级学生进行抽样调查，随机抽取了1000名学生，他们的身高都在 A,B,C,D,E 五个层次内，分男、女生统计得到以下样本分布统计图，则下列叙述正确的是

女生身高频率分布直方图



男生身高分布扇形图



A. 样本中 A 层次的女生比相应层次的男生人数多

B. 估计样本中男生身高的中位数比女生身高的中位数大

C. D 层次的女生和 E 层次的男生在整个样本中频率相等

D. 样本中 B 层次的学生数和 C 层次的学生数一样多

9. 已知三棱锥 $A-BCD$ 的底面是正三角形，$AB\perp$ 平面 BCD，且 $AB=BC$，则直线 AB 与平面 ACD 所成角的正弦值为

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$　　C. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$

10. 5名志愿者要到 A,B,C 三个社区进行志愿服务，每个志愿者只去一个社区，每个社区至少一名志愿者，若恰有两名志愿者去 A 社区，则不同的安排方法共有

A. 30种　　B. 40种　　C. 50种　　D. 60种

11. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别是 F_1,F_2，过右焦点 F_2 且不与 x 轴垂直的直线交 C 的右支于 A,B 两点，若 $AF_1\perp AB$，且 $|AB|=2|AF_1|$，则 C 的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $1+\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $1+\sqrt{3}$

12. 已知 $a=4\log_2 \mathrm{e}$，$b=6\log_3 \mathrm{e}$，$c=10\log_5 \mathrm{e}$，e为自然对数的底数，则

A. $c>a>b$　　B. $a>c>b$　　C. $b>a>c$　　D. $a>b>c$

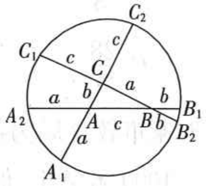
二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.把答案填在答题卡中的横线上.

13. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_1=3$，$a_2+a_4=14$，则 $a_{40}=$ ____▲____.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{b}|=1$，且 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$ ▲ .

15. 已知抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$ 的焦点是 F，A 是 C 的准线上一点，线段 AF 与 C 交于点 B，与 y 轴交于点 D，且 $|AB|=\sqrt{5}|BF|$，$S_{\triangle DOF}=4$（O 为原点），则 C 的方程为 ▲ .

16. "康威圆定理"是英国数学家约翰·康威引以为豪的研究成果之一. 定理的内容如下：如图，$\triangle ABC$ 的三条边长分别为 $|BC|=a$，$|AC|=b$，$|AB|=c$. 延长线段 CA 至点 A_1，使得 $|AA_1|=a$，延长线段 AC 至点 C_2，使得 $|CC_2|=c$，以此类推得到点 A_2,B_1,C_1,B_2，那么这六个点共圆，这个圆称为康威圆. 已知 $a=12,b=5,c=13$，则由 $\triangle ABC$ 生成的康威圆的半径为 ▲ .



三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一) 必考题：共 60 分.

17. (12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，且 $(b-c)(\sin B+\sin C)=(a+c)\sin A$.

(1) 求 B；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$，且 $b=\dfrac{\sqrt{3}(a+c)}{2}$，求 $\triangle ABC$ 的周长.

18. (12 分)

第 24 届冬季奥林匹克运动会于 2022 年 2 月 4 日至 20 日在北京和张家口举行，而北京也成为全球唯一主办过夏季奥运会和冬季奥运会的双奥之城. 某学校为了庆祝北京冬奥会的召开，特举行奥运知识竞赛. 参加的学生从夏奥知识题中抽取 2 题，冬奥知识题中抽取 1 题回答，已知学生(含甲)答对每道夏奥知识题的概率为 $\dfrac{3}{4}$，答对每道冬奥知识题的概率为 $\dfrac{2}{3}$，每题答对与否不影响后续答题.

(1) 学生甲恰好答对两题的概率是多少？

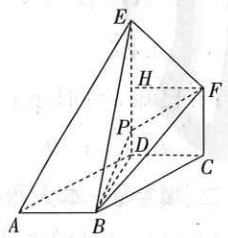
(2) 求学生甲答对的题数 X 的分布列和数学期望.

19. (12 分)

如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，$ED\perp$ 平面 $ABCD$，$CF\,/\!/\,DE$，四边形 $ABCD$ 是平行四边形. $AD=DE=2DC=2CF$，$BD\perp CD$，H 为 DE 的中点.

(1) 证明：$HF\perp$ 平面 BDE.

(2) 若 P 是棱 DE 上一点，且 $DP=\dfrac{1}{6}DE$，求二面角 $B-PF-D$ 的余弦值.



20. (12 分)

已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右顶点是 $M(2,0)$，离心率为 $\dfrac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程.

(2) 过点 $T(4,0)$ 作直线 l 与椭圆 C 交于不同的两点 A,B，点 B 关于 x 轴的对称点为 D，问直线 AD 是否过定点？若是，求出该定点的坐标；若不是，请说明理由.

21. (12 分)

已知函数 $f(x)=\ln x-mx+2$ 有两个零点 x_1,x_2.

(1) 求 m 的取值范围；

(2) 证明：$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}>2\mathrm{e}$.

(二) 选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=-1-2\cos\theta,\\ y=2\sin\theta\end{cases}$ （θ 为参数）. 以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，已知直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})=\sqrt{2}$.

(1) 求曲线 C 的普通方程与直线 l 的直角坐标方程；

(2) 若直线 l' 过点 $M(-2,1)$ 且与直线 l 平行，直线 l' 交曲线 C 于 A,B 两点，求 $\dfrac{1}{|MA|}+\dfrac{1}{|MB|}$ 的值.

23. [选修 4—5：不等式选讲] (10 分)

已知 a,b,c 均为正数，且 $4a^2+b^2+16c^2=1$，证明：

(1) $2a+b+4c\leqslant\sqrt{3}$；

(2) $\dfrac{1}{4a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{16c^2}\geqslant 9$.