数学试题参考答案

1. C　$z=-3\mathrm{i}(1-\mathrm{i})=-3-3\mathrm{i}$,在复平面内对应的点$(-3,-3)$位于第三象限.

2. B　长度为 40 的边所对的角最大,其余弦值为$\frac{20^2+30^2-40^2}{2\times20\times30}<0$,故该三角形为钝角三角形.

3. C　若$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,则$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$或$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$或$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,A 错误. 若$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,且$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$,则$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$或$\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$,B 错误. 若$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,且$\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$,$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$,则不存在实数$\lambda$,使$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$,D 错误.

4. A　因为$(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{b}^2+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-\frac{2}{3}$,所以$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{1}{3}$,$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$上的投影向量为$\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|^2}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{1}{3}\boldsymbol{b}$.

5. B　$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{DC}+\frac{3}{4}\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DC}+\frac{3}{4}(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB})=\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}+\frac{3}{4}\overrightarrow{DA}+\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{DC}+\frac{3}{4}\overrightarrow{DA}$.

6. B　点A,C在一次函数$y=-\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$的图象上. 设$P(x,-\sqrt{3}x+4\sqrt{3})(0<x<4)$,则$\overrightarrow{BP}=(x+4,-\sqrt{3}x+4\sqrt{3})$,$\overrightarrow{OP}=(x,-\sqrt{3}x+4\sqrt{3})$,$\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{OP}=x(x+4)+(-\sqrt{3}x+4\sqrt{3})^2=32$,解得$x=1$($x=4$舍去),所以$P(1,3\sqrt{3})$,$\overrightarrow{OP}=(1,3\sqrt{3})$,$|\overrightarrow{OP}|=2\sqrt{7}$.

7. D　因为$\sin B+\sin C=4\sin A$,所以$b+c=4a$.

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{b^2+c^2-(\frac{b+c}{4})^2}{2bc}=\frac{15b^2+15c^2}{32bc}-\frac{1}{16}\geqslant\frac{15\times2bc}{32bc}-\frac{1}{16}=\frac{7}{8},$$

当且仅当$b=c$时,等号成立,所以$\sin A\leqslant\frac{\sqrt{15}}{8}$.

8. D　由题意可得$\triangle ABM$是等边三角形,$BM=2$千米. 记直线AN与直线BM的交点为O(图略),$\angle AOB=180^\circ-\angle BAN-\angle ABM=90^\circ$,所以$AN\perp BM$,$O$为$BM$的中点,所以$\triangle BMN$为等腰三角形,$BN=MN=\frac{OB}{\cos\angle NBM}=\sqrt{6}+\sqrt{2}$千米.

9. ABD　$\overrightarrow{AC}=(2,0)$,$\overrightarrow{BC}=(0,-1)$,所以$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=0$,$\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BC}$,$\triangle ABC$是直角三角形,A 正确. 若点$D(4,1)$,则$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$,四边形$ACDB$是平行四边形,B 正确. $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=(4,1)$,则$P(4,1)$,C 错误. 若$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{BP}$,则$P(4,2)$,D 正确.

10. ABD　对于 A 选项,令$z=a+b\mathrm{i}$,$a,b\in\mathbf{R}$,则$z^2=a^2-b^2+2ab\mathrm{i}$,因为$z^2\in\mathbf{R}$,且$z^2>0$,所以$\begin{cases}a^2-b^2>0,\\2ab=0,\end{cases}$则$b=0$,故$z\in\mathbf{R}$,故 A 正确;

对于 B 选项,令$z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$,则由$\frac{1}{z}=\frac{1}{a+b\mathrm{i}}=\frac{a-b\mathrm{i}}{a^2+b^2}\in\mathbf{R}$,得$b=0$,所以$z\in\mathbf{R}$,故 B 正确;

对于 C 选项,令$z_1=1+\mathrm{i}$,$z_2=2-\mathrm{i}$,此时$z_1+z_2\in\mathbf{R}$,$z_1z_2\notin\mathbf{R}$,故 C 错误;

对于 D 选项，令 $z_1=a+b\mathrm{i}$，$z_2=c+d\mathrm{i}(a,b,c,d\in\mathbf{R})$，则 $z_1\overline{z_2}=(a+b\mathrm{i})(c-d\mathrm{i})=ac+bd+(bc-ad)\mathrm{i}\in\mathbf{R}$，所以 $bc-ad=0$，$\overline{z_1}z_2=(a-b\mathrm{i})(c+d\mathrm{i})=ac+bd+(ad-bc)\mathrm{i}=ac+bd\in\mathbf{R}$，故 D 正确.

11. AC　$\{\frac{n}{4}\mid n\in\mathbf{Z},0<n\leqslant 5\}=\{\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{3}{4},1,\frac{5}{4}\}$. 设向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ，$\theta\in[0,\frac{\pi}{2})$，则 $\boldsymbol{a}\oplus\boldsymbol{b}=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2}=\frac{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta}{|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2}=\frac{\cos\theta}{\frac{|\boldsymbol{a}|}{|\boldsymbol{b}|}+\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}}$.

因为 $|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|>0$，所以 $\frac{|\boldsymbol{a}|}{|\boldsymbol{b}|}+\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}\in(2,+\infty)$，所以 $\boldsymbol{a}\oplus\boldsymbol{b}=\frac{\cos\theta}{\frac{|\boldsymbol{a}|}{|\boldsymbol{b}|}+\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}}<\frac{\cos\theta}{2}$，所以 $\boldsymbol{a}\oplus\boldsymbol{b}=\frac{1}{4}$，故 $\cos\theta=\frac{1}{4}(\frac{|\boldsymbol{a}|}{|\boldsymbol{b}|}+\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|})\in(\frac{1}{2},1]$，$\boldsymbol{a}\odot\boldsymbol{b}=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|^2}=\frac{|\boldsymbol{a}|}{|\boldsymbol{b}|}\cos\theta>\frac{1}{2}$.

当 $\frac{|\boldsymbol{a}|}{|\boldsymbol{b}|}\cos\theta=\frac{3}{4}$ 时，$|\boldsymbol{a}|\cos\theta=\frac{3}{4}|\boldsymbol{b}|$，又 $\frac{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta}{|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2}=\frac{1}{4}$，所以 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{2}|\boldsymbol{b}|$，符合题意，

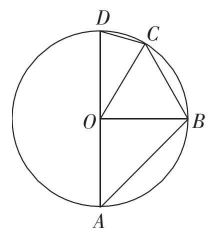
当 $\frac{|\boldsymbol{a}|}{|\boldsymbol{b}|}\cos\theta=1$ 时，$|\boldsymbol{a}|\cos\theta=|\boldsymbol{b}|$，又 $\frac{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta}{|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2}=\frac{1}{4}$，所以 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}|\boldsymbol{b}|$，符合题意，

当 $\frac{|\boldsymbol{a}|}{|\boldsymbol{b}|}\cos\theta=\frac{5}{4}$ 时，$|\boldsymbol{a}|\cos\theta=\frac{5}{4}|\boldsymbol{b}|$，又 $\frac{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta}{|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2}=\frac{1}{4}$，所以 $|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，不符合题意.

故 $\boldsymbol{a}\oplus\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\odot\boldsymbol{b}=1$ 或 $\frac{5}{4}$.

12. 2　因为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线，所以 $k=2$.

13. 4　连接 OC，OB，则 $\triangle OBC$ 是等边三角形，$\angle BOC=60^\circ$. 四边形 $ABCD$ 的面积为 $S_{\triangle OCD}+S_{\triangle OBC}+S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}\times 4^2\sin\angle COD+\frac{1}{2}\times 4^2\sin\angle BOC+\frac{1}{2}\times 4^2\sin\angle AOB=8(\sin\angle COD+\frac{\sqrt{3}}{2}+\sin\angle AOB)=8[\sin\angle COD+\frac{\sqrt{3}}{2}+\sin(\frac{2\pi}{3}-\angle COD)]=8[\sqrt{3}\sin(\angle COD+\frac{\pi}{6})+\frac{\sqrt{3}}{2}]=12\sqrt{3}$，解得 $\sin(\angle COD+\frac{\pi}{6})=1$.



因为 $\angle COD\in(0,\frac{2\pi}{3})$，所以 $\angle COD=\frac{\pi}{3}$，$\triangle OCD$ 是等边三角形，$CD=4$.

14. $\sqrt{13}$；$(-\sqrt{3},\sqrt{3})$　$|3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|=\sqrt{(3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{9\boldsymbol{a}^2-12\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+4\boldsymbol{b}^2}=\sqrt{9-0+4}=\sqrt{13}$.
不妨设 $\boldsymbol{a}=(1,0)$，$\boldsymbol{b}=(0,1)$，$\boldsymbol{c}=(\cos\alpha,\sin\alpha)(0\leqslant\alpha<2\pi)$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=\cos\alpha$，$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=\sin\alpha$. 因为 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$ 的取值范围是 $(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$，所以 α 的取值范围是 $(\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{6})\cup(\frac{7\pi}{6},\frac{7\pi}{4})$. $\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$. 当 $\alpha\in\{\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\}$ 时，$\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}}=0$；当 $\alpha\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})\cup(\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{6})\cup(\frac{7\pi}{6},\frac{3\pi}{2})\cup(\frac{3\pi}{2},\frac{7\pi}{4})$ 时，$\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}}=\frac{1}{\tan\alpha}\in(-\sqrt{3},0)\cup(0,\sqrt{3})$. 综上，$\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}}$ 的取值范围是 $(-\sqrt{3},\sqrt{3})$.

15. 解：(1)$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(2,4-x)$. ······························ 1分

由 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$可得 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$， ······························ 2分

即 $3\times2+4(4-x)=0$，解得 $x=\frac{11}{2}$， ······························ 4分

所以 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(2,-\frac{3}{2})$， ······························ 5分

故$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\frac{5}{2}$. ······························ 6分

(2)依题意得 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=(1,4-2x)$， ······························ 7分

又 $\boldsymbol{c}/\!/(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$，所以 $1\times2-1\times(4-2x)=0$， ······························ 8分

解得 $x=1$，则 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=(1,2)$. ······························ 9分

$|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|=\sqrt{5}$，$|\boldsymbol{a}|=5$， ······························ 10分

所以 $\cos\langle\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}\rangle=\frac{(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}||\boldsymbol{a}|}=\frac{11\sqrt{5}}{25}$，

故 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的夹角的余弦值为$\frac{11\sqrt{5}}{25}$. ······························ 13分

16. 解：(1)$z_1=\frac{\sqrt{3}-\mathrm{i}}{1-\sqrt{3}\mathrm{i}}$

$=\frac{(\sqrt{3}-\mathrm{i})(1+\sqrt{3}\mathrm{i})}{(1-\sqrt{3}\mathrm{i})(1+\sqrt{3}\mathrm{i})}$

$=\frac{2\sqrt{3}+2\mathrm{i}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$. ······························ 5分

(2)设 $z_2=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$，则 $z_1\cdot z_2=\frac{(a+b\mathrm{i})(\sqrt{3}+\mathrm{i})}{2}=\frac{\sqrt{3}a-b+(a+\sqrt{3}b)\mathrm{i}}{2}$. ········· 7分

因为 $z_1\cdot z_2\in\mathbf{R}$，所以 $a+\sqrt{3}b=0$，故 $z_2=-\sqrt{3}b+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$. ······························ 9分

$|2z_1+z_2|=|(1-b)\sqrt{3}+(1+b)\mathrm{i}|$ ······························ 11分

$=\sqrt{3(1-b)^2+(1+b)^2}$

$=\sqrt{4(b-\frac{1}{2})^2+3}\geqslant\sqrt{3}$. ······························ 13分

故$|2z_1+z_2|$的最小值为$\sqrt{3}$. ······························ 15分

17. 解：(1)$\frac{2\tan A}{1+\tan^2A}=\frac{2\sin A\cos A}{\sin^2A+\cos^2A}=2\sin A\cos A$， ······························ 2分

$\frac{a\sin B}{b}=\frac{\sin A\sin B}{\sin B}=\sin A$， ······························ 4分

所以 $2\sin A\cos A=\sin A$，所以 $\cos A=\frac{1}{2}$，则 $A=\frac{\pi}{3}$. ······························ 6分

(2)因为$\triangle ABC$ 的面积为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$，所以$\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，解得 $bc=\frac{8}{3}$. ······························ 8分

由余弦定理可得 $a^2=c^2+b^2-2bc\cos A=c^2+b^2-bc=(b+c)^2-3bc$， ………………… 9 分

因为 $b+c=\sqrt{3}a$，所以 $a^2=(\sqrt{3}a)^2-8$， ……………………………………………… 10 分

解得 $a=2, b+c=2\sqrt{3}$. ……………………………………………………………………… 11 分

所以$\triangle ABC$ 的周长为 $2\sqrt{3}+2$. ……………………………………………………… 15 分

18. 解：(1)设$\overrightarrow{FN}=t\overrightarrow{FB}$，则$\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FN}=\overrightarrow{AF}+t\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{AF}+t(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AF})=(1-t)\overrightarrow{AF}+t\overrightarrow{AB}$ $=\frac{1-t}{2}\overrightarrow{AD}+t\overrightarrow{AB}$. ……………………………………………………………………… 3 分

设$\overrightarrow{AN}=\mu\overrightarrow{AE}=\mu(\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB})=\mu\overrightarrow{AD}+\frac{\mu}{2}\overrightarrow{AB}$， ………………………………… 5 分

根据平面向量基本定理得$\begin{cases}\mu=\frac{1-t}{2},\\ \frac{1}{2}\mu=t,\end{cases}$ ……………………………………………………… 7 分

解得 $t=\frac{1}{5}$， ……………………………………………………………………………… 8 分

所以$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$，则 $x=\frac{1}{5}, y=\frac{2}{5}$，所以 $x-y=-\frac{1}{5}$. ……………… 10 分

(2)因为$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=(\lambda-1)\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$， …………………………… 11 分

$\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{DE}=\lambda\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$， ………………………………………………… 12 分

所以$\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{FE}=(\lambda^2-\lambda)\overrightarrow{AB}^2+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}^2+(\frac{3}{2}\lambda-\frac{1}{2})\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$……………………… 14 分

$=16(\lambda^2-\lambda)+18+18\lambda-6=16\lambda^2+2\lambda+12$. ………………………………… 15 分

因为 $\lambda\in[-1,1]$，所以当 $\lambda=-\frac{2}{2\times16}=-\frac{1}{16}$时，$\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{FE}$取得最小值，且最小值为$\frac{191}{16}$. …

……………………………………………………………………………………………… 17 分

19. 解：(1)由$\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{3}\sin A}{\cos B}$，可得 $\sin A\cos B=\sqrt{3}\sin B\sin A$. ……………………………… 1 分

因为 $\sin A\neq0$，所以 $\tan B=\frac{\sqrt{3}}{3}$. 因为 $B\in(0,\pi)$，所以 $B=\frac{\pi}{6}$. ………………………… 2 分

由$\frac{a}{b}=\frac{b+c}{a}$，可得 $a^2=b^2+bc$，即$\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{c+b}{2a}$，所以 $c+b=2a\cos B$. …………… 4 分

由正弦定理可得 $\sin C+\sin B=2\sin A\cos B$，则 $\sin(A+B)+\sin B=2\sin A\cos B$，

可得 $\sin B=\sin(A-B)$，……………………………………………………………………… 5 分

则 $B=A-B$ 或 $B+A-B=\pi$(舍去)，所以 $A=2B=\frac{\pi}{3}$，$C=\pi-A-B=\frac{\pi}{2}$. ………… 6 分

(2)设$\angle BCN=x\in[0,\frac{\pi}{6}]$，在$\triangle BCN$ 中，由正弦定理得$\frac{CN}{\sin B}=\frac{BC}{\sin\angle BNC}$，

所以 $CN=\frac{BC\sin B}{\sin\angle BNC}=\frac{\sqrt{3}}{2\sin(x+\frac{\pi}{6})}$. ……………………………………………… 7 分

在$\triangle ACM$中，由正弦定理得$\frac{CM}{\sin A}=\frac{AC}{\sin\angle AMC}$，

所以$CM=\frac{AC\sin A}{\sin\angle AMC}=\frac{\sqrt{3}}{2\sin(A+\angle ACM)}=\frac{\sqrt{3}}{2\sin(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}-x)}=\frac{\sqrt{3}}{2\cos x}$. …………… 8 分

$\triangle MCN$的面积$S=\frac{1}{2}CM\cdot CN\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2\cos x}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2\sin(x+\frac{\pi}{6})}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{3\sqrt{3}}{16\cos x\sin(x+\frac{\pi}{6})}=\frac{3\sqrt{3}}{8[\sin(2x+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}]}$. ………………………………………… 10 分

因为$x\in[0,\frac{\pi}{6}]$，所以$2x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$，$\sin(2x+\frac{\pi}{6})\in[\frac{1}{2},1]$，$\frac{3\sqrt{3}}{8[\sin(2x+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}]}\in$

$[\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{3\sqrt{3}}{8}]$，

故$\triangle MCN$面积的取值范围为$[\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{3\sqrt{3}}{8}]$. ……………………………………………… 12 分

(3)因为$\cos\beta(\sin^2\alpha+\cos\alpha)+\sin\alpha\sin\beta(\cos\alpha-1)=\sin\alpha$，

所以$\sin^2\alpha\cos\beta+\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\cos\alpha\sin\beta-\sin\alpha\sin\beta=\sin\alpha$，

则$\sin\alpha\sin(\alpha+\beta)+\cos(\alpha+\beta)=\sin\alpha$，

即$\sin\alpha[\sin(\alpha+\beta)-1]+\cos(\alpha+\beta)=0$. …………………………………………… 14 分

由题意，$\alpha+\beta=\pi-\theta$是定值，所以$\sin(\alpha+\beta)$，$\cos(\alpha+\beta)$是定值，

所以$\begin{cases}\sin(\alpha+\beta)-1=0,\\ \cos(\alpha+\beta)=0.\end{cases}$ ………………………………………………………………… 16 分

因为α，β为$\triangle MCN$的内角，所以$\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$，$\theta=\frac{\pi}{2}$.

故θ的值为$\frac{\pi}{2}$. ………………………………………………………………………… 17 分