

## 绵阳市高中 2020 级第一次诊断性考试

## 理科数学

## 注意事项：

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
- 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

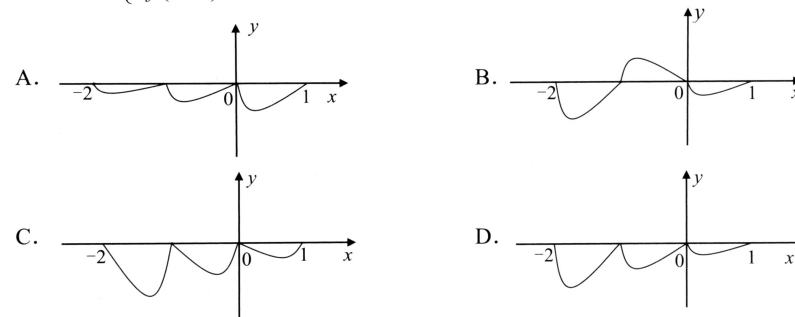
- 已知集合  $A=\{x \in \mathbf{Z} \mid -1 \leq x \leq 3\}$ ,  $B=\{x \mid x^2 \leq 2\}$ , 则  $A \cap B =$   
A.  $[-1, \sqrt{2}]$       B.  $\{-1, 0, 1\}$       C.  $\{-1, 0, 1, 2\}$       D.  $[-\sqrt{2}, 3]$
- 若  $a > b > 0$ , 则一定有  
A.  $\cos a < \cos b$       B.  $2^a - 2^b < 0$   
C.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$       D.  $a^3 > b^3$
- 若命题：“ $\forall x \in \mathbf{R}, m \geq \sin x + \cos x$ ”是真命题，则实数  $m$  的取值范围是  
A.  $m \geq \sqrt{2}$       B.  $m \geq 2$   
C.  $m \leq -\sqrt{2}$       D.  $m \leq -2$
- 设  $a = \log_9 4$ , 则  $3^a$  的值是  
A. 1      B. 2      C. 4      D. 9
- 在  $\triangle ABC$  中，点  $M$  为边  $AB$  上一点， $2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ , 若  $3\overrightarrow{CM} = \lambda \overrightarrow{CA} + \mu \overrightarrow{CB}$ , 则  $\mu =$   
A. 3      B. 2  
C. 1      D. -1
- 已知  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，若  $S_{19} = 57$ , 则  $3a_5 - a_1 - a_4 =$   
A. 2      B. 3  
C. 4      D. 6

- 某地锰矿石原有储量为  $a$  万吨，计划每年的开采量为本年年初储量的  $m$  ( $0 < m < 1$ , 且  $m$  为常数) 倍，那么第  $n$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ) 年在开采完成后剩余储量为  $a(1-m)^n$ , 并按该计划方案使用 10 年时间开采到原有储量的一半. 若开采到剩余储量为原有储量的 70% 时，则需开采约( ) 年. (参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.4$ )  
A. 4      B. 5      C. 6      D. 8

- 若函数  $y = \cos(\omega x + \frac{\pi}{6})$  ( $\omega > 0$ ) 在区间  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$  上恰有唯一极值点，则  $\omega$  的取值范围为

- A.  $[\frac{1}{3}, \frac{7}{6}]$       B.  $(\frac{1}{3}, \frac{7}{6}]$   
C.  $(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}]$       D.  $(\frac{2}{3}, \frac{7}{3})$

- 函数  $f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 2f(x+1), & -2 \leq x < 0 \end{cases}$  的图象大致为



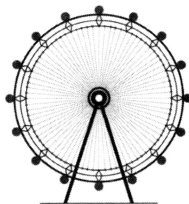
- 已知  $(\tan 2\alpha - \tan \alpha) \cdot \cos 2\alpha = 2$ , 则  $\tan \alpha =$   
A. 2      B.  $\sqrt{2}$       C. -2      D.  $\frac{1}{2}$
- 已知直线  $l: x + my + n = 0$  既是曲线  $y = \ln x$  的切线，又是曲线  $y = e^{x-2}$  的切线，则  $m+n =$   
A. 0      B. -2      C. 0 或 e      D. -2 或 -e
- 若函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(2x+1)$  为偶函数,  $f(x-1)$  关于点  $(3, 3)$  成中心对称, 则下列说法正确的个数为  
①  $f(x)$  的一个周期为 2      ②  $f(22) = 3$   
③  $f(x)$  的一条对称轴为  $x = 5$       ④  $\sum_{i=1}^{19} f(i) = 57$   
A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知向量  $\mathbf{a} = (-1, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (1, m)$ , 且  $\mathbf{a} \perp (\mathbf{a} - 2\mathbf{b})$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知等比数列  $\{a_n\}$  的各项均为正数, 设  $S_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 且  $a_2 = 2$ ,  $a_4 = 8$ , 则  $S_5 =$  \_\_\_\_\_.

15. 某游乐场中的摩天轮作匀速圆周运动, 其中心距地面 20.5 米, 半径为 20 米. 假设从小军同学在最低点处登上摩天轮开始计时, 第 6 分钟第一次到达最高点. 则第 10 分钟小军同学离地面的高度为 \_\_\_\_\_ 米.



16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 3, & x \geq a, \\ x - 2, & x < a, \end{cases}$  若存在实数  $m$ , 使得关于  $x$  的方程  $f(x) = m$  恰有三个不同的实数根, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知函数  $f(x) = \cos x (\sqrt{3} \sin x - \cos x)$ .

(1) 求  $f(x)$  的单调递减区间;

(2) 求  $f(x) = -1$  在  $[0, \pi]$  上的解.

18. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_1 = \frac{1}{2}$ ,  $a_2 = 1$ ,  $a_{n+2} + 4a_n = 5a_{n+1}$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ).

(1) 证明: 数列  $\{a_{n+1} - a_n\}$  是等比数列;

(2) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

19. (12 分)

在锐角  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边为  $a, b, c$ , 且  $a \cdot \cos B = b(1 + \cos A)$ .

(1) 证明:  $\sin C = \sin 3B$ ;

(2) 求  $\frac{c}{a}$  的取值范围.

20. (12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (\frac{k}{2} + 2)x^2 + 4kx - \frac{11}{6}$  ( $k \in \mathbf{R}$ ).

(1) 讨论函数  $f(x)$  的单调性;

(2) 若函数  $f(x)$  在  $(0, 3)$  上恰有两个零点, 求函数  $f(x)$  在  $[0, 3]$  上的最小值.

21. (12 分)

已知函数  $f(x) = 2e^x - x^2 - ax - 2$ , 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) \geq 0$ .

(1) 求  $a$  的取值范围;

(2) 求证:  $(1 + \frac{2}{2e-1})(1 + \frac{2}{2e^2-1})(1 + \frac{2}{2e^3-1}) \cdots (1 + \frac{2}{2e^n-1}) < 5$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ).

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题记分。

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 圆  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 3 + 3\cos\theta, \\ y = 3\sin\theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数), 直线  $l$  的参数方程为

程为  $\begin{cases} x = t \cos \frac{\pi}{3}, \\ y = 6 + t \sin \frac{\pi}{3} \end{cases}$  ( $t$  为参数).

(1) 判断直线  $l$  和圆  $C$  的位置关系, 并说明理由;

(2) 设  $P$  是圆  $C$  上一动点,  $A(4, 0)$ , 若点  $P$  到直线  $l$  的距离为  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ , 求  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CP}$  的值.

23. [选修 4—5：不等式选讲] (10 分)

已知函数  $f(x) = |x + 2| + |2x + 1|$ .

(1) 求  $f(x)$  的最小值;

(2) 若  $a, b, c$  均为正数, 且  $f(a) + f(b) + f(c) = 18$ , 证明:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a^2 + b^2 + c^2}$ .



绵阳市高中2020级第一次诊断性考试

理科数学答题卡(A)

姓名 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_

考号 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

考生禁填 (填涂说明: 缺考考生由监考员贴条形码, 并用2B铅笔填涂右边缺考标记) ☐

注意  
事  
项

- 答题前, 考生先将自己的姓名、班级、考号用0.5毫米的黑色墨水签字笔填写清楚, 并认真核对条形码上的学校、姓名、考号。
- 选择题使用2B铅笔填涂, 非选择题用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚; 按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
- 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要损坏; 选择题修改时用橡皮擦擦干净, 不留痕迹。其他试题修改禁用涂改液和不干胶条。
- 填涂示例: 正确填涂法 ☒ 错误填涂法 ☐ ☒ ☐

选择题 (考生须用2B铅笔填涂)

- |                                                                                                               |                                                                                                                |                                                                                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 6 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D  | 11 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 2 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 7 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D  | 12 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 3 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 8 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D  |                                                                                                                |
| 4 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 9 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D  |                                                                                                                |
| 5 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 10 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |                                                                                                                |

非选择题 (考生须用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写)

二、填空题 (20分)

13. \_\_\_\_\_ 14. \_\_\_\_\_
15. \_\_\_\_\_ 16. \_\_\_\_\_

三、解答题 (70分)

17. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

19. (12分)

18. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第1页 共6页

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第2页 共6页

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第3页 共6页

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

21. (12分)

选考题 请考生从给出的22、23两题中任选一题作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题的题号涂黑，注意选做题目的题号必须与所涂题号一致，如果多做，则按所做的第一题记分。  
我所选择的题号是 ☐ 22 ☐ 23