秘密 ★ 启用前【考试时间:2022 年 3 月 22 日 15:00～17:00】

乐山市高中 2022 届第二次调查研究考试

数　学(理工类)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{y\mid y=x^2-2\}$,$B=\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{-4,-3,-2,-1\}$　　B. $\{-2,-1,0,1,2,3,4\}$

C. $\{0,1,2,3,4\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

2. 已知复数 $z=3+4\mathrm{i}$,则 $|z|+\dfrac{z}{\mathrm{i}}=$

A. $29-3\mathrm{i}$　　B. $21+3\mathrm{i}$　　C. $9-3\mathrm{i}$　　D. $1+3\mathrm{i}$

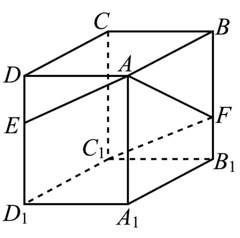
3. 已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$,则 $\sin\left(\alpha-\dfrac{3\pi}{4}\right)=$

A. $\pm\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $-\dfrac{1}{3}$　　D. $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

4. $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)(x-2)^5$ 的展开式中,含 x^2 项的系数为

A. 120　　B. 40　　C. -40　　D. -80

5. 如图,长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 E,F 分别是棱 DD_1,BB_1 上的动点(异于所在棱的端点).给出以下结论:①在 F 运动的过程中,直线 FC_1 能与 AE 平行;②直线 AC_1 与 EF 必然异面;③设直线 AE,AF 分别与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 相交于点 P,Q,则点 C_1 可能在直线 PQ 上.其中,所有正确结论的序号是



A. ①②　　B. ①③

C. ②③　　D. ①②③

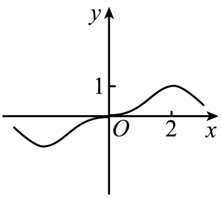
6. 设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 $a_1+a_5=-18$,$S_9=-72$,则 S_n 取最小值时,n 的值为

A. 19　　B. 20　　C. 21　　D. 20 或 21

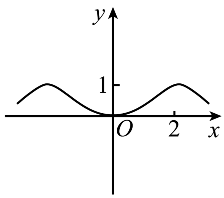
7. 已知直线 $x+y+1=0$ 与 $x+2y+1=0$ 相交于点 A,过 A 的直线 l 与圆 M:$x^2+y^2+4x=0$ 相交于点 B,C,且 $\angle BMC=120^\circ$,则满足条件的直线 l 的条数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

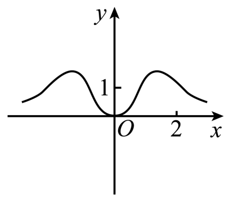
8. 函数 $f(x)=\dfrac{2x^2}{e^x+e^{-x}}$ 的图象大致为



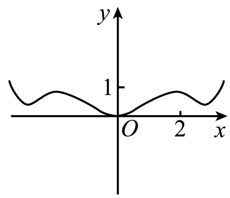
A.



B.



C.



D.

9. 已知抛物线 C 以坐标原点 O 为顶点，以 $\left(\dfrac{p}{2},0\right)$ 为焦点，过 $(2p,0)$ 的直线与抛物线 C 交于两点 A,B，直线 AB 上的点 $M(1,1)$ 满足 $OM\perp AB$，则 $|OM|\cdot|AB|=$

A. $2\sqrt{5}$　　B. $4\sqrt{5}$　　C. 40　　D. 80

10. 2022 年第 24 届冬季奥林匹克运动会（即 2022 年北京冬季奥运会）的成功举办，展现了中国作为一个大国的实力和担当，“一起向未来”更体现了中国推动构建人类命运共同体的价值追求. 在北京冬季奥运会的某个比赛日，某人欲在冰壶（●）、冰球（●）、花样滑冰（Ŏ）、跳台滑雪（Ŏ）、自由式滑雪（Ŏ）、雪车（Ŏ）这 6 个项目随机选择 3 个比赛项目现场观赛（注：比赛项目后括号内为“●”表示当天不决出奖牌的比赛，“Ŏ”表示当天会决出奖牌的比赛），则所选择的 3 个观赛项目中当天会决出奖牌的项目数的均值为

A. 1　　B. $\dfrac{3}{2}$　　C. 2　　D. $\dfrac{5}{2}$

11. 已知双曲线 C 的一条渐近线为直线 $\sqrt{3}x-y=0$，C 的右顶点坐标为 $(1,0)$. 若点 $M(x_M,y_M)$ 是双曲线 C 右支上的动点，点 A 的坐标为 $(3,5)$，则 $|MA|+2x_M$ 的最小值为

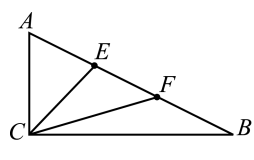
A. $\sqrt{26}-1$　　B. $\sqrt{26}$　　C. $\sqrt{26}+1$　　D. $\sqrt{26}+2$

12. 设 $a=\dfrac{1}{50}$，$b=2\ln\left(\sin\dfrac{1}{100}+\cos\dfrac{1}{100}\right)$，$c=\dfrac{6}{5}\ln\dfrac{51}{50}$，则 a,b,c 的大小关系正确的是

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $b<c<a$　　D. $b<a<c$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，两直角边 $CA=3$，$CB=6$，点 E,F 分别为斜边 AB 的三等分点，则 $\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{CF}=$______.



14. 函数 $y=\sin(2x+\varphi)\left(|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 后所得函数图象关于 y 轴对称，则 $\varphi=$______.

15. 造纸术是我国古代四大发明之一，现在我国纸张的规格采用国际标准，常用的 A_4 复印纸是幅面采用 A 系列的 $A_0,A_1,A_2,\cdots,A_{10}$ 规格的一种. 其中 A 系列的幅面规格为：①A_0 规格的纸张的幅宽（用 x 表示）和长度（用 y 表示）的比例关系是 $x:y=1:\sqrt{2}$；②将 A_0 纸张沿长度方向对开成两等分，便成为 A_1 规格. 将 A_1 纸张沿长度方向对开成两等分，便成 A_2 规格. ……，如此继续对开，得到一张 A_4 纸的面积为 $624\mathrm{cm}^2$，则一张 A_0 纸的面积为______cm^2.

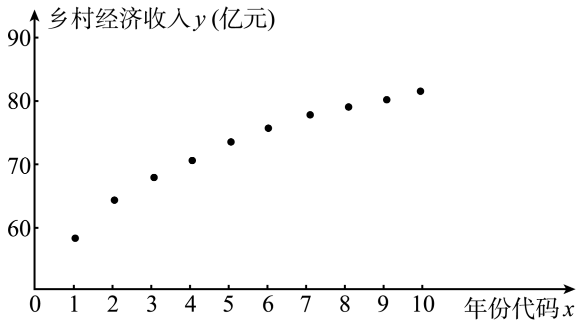
16. 已知 P,A,B,C,D 都在同一个球面上，平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，$ABCD$ 是边长为 2 的正方形，$\angle APB=60^\circ$，当四棱锥 $P-ABCD$ 的体积最大时，该球的半径为______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生依据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

某县为了解乡村经济发展情况，对全县乡村经济发展情况进行调研，现对 2012 年以来的乡村经济收入 y（单位：亿元）进行了统计分析，制成如图所示的散点图，其中年份代码 x 的值 1—10 分别对应 2012 年至 2021 年.



（1）若用模型① $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$，② $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}\sqrt{x}$ 拟合 y 与 x 的关系，其相关系数分别为 $r_1=0.8519$，$r_2=0.9901$，试判断哪个模型的拟合效果更好？

（2）根据（1）中拟合效果更好的模型，求 y 关于 x 的回归方程（系数精确到 0.01），并估计该县 2025 年的乡村经济收入（结果精确到 0.01）.

参考数据：$t_i=\sqrt{x_i}$，$\bar{t}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}t_i$，$\sqrt{13}\approx3.605$，$\sqrt{14}\approx3.742$，$\sqrt{15}\approx3.873$.

$\bar{y}$	$\bar{t}$	$\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^{10}(t_i-\bar{t})^2$	$\sum_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})(x_i-\bar{x})$	$\sum_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})(t_i-\bar{t})$
72.65	2.25	126.25	4.52	235.48	49.16

参考公式：对于一组数据 (t_1,y_1)，(t_2,y_2)，…，(t_n,y_n)，回归方程 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}t$ 中的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}$.

18.（12 分）

已知向量 $\boldsymbol{m}=\left(\sqrt{3}\sin\frac{x}{2},1\right)$，$\boldsymbol{n}=\left(\cos\frac{x}{2},\sin^2\frac{x}{2}\right)$，设函数 $f(x)=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}$.

（1）求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

（2）设 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且______，求 $f(B)$ 的取值范围.

从下面三个条件中任选一个，补充在上面的问题中并作答.

① $\dfrac{\sqrt{3}c}{a\cos B}+\tan A+\tan B=0$；② $(2c+b)\cos A+a\cos B=0$；③ a,b,c 成等比数列.

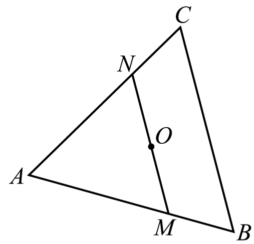
注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

19.（12 分）

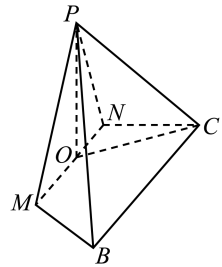
如图(1)，已知$\triangle ABC$是边长为 6 的等边三角形，点M,N分别在AB,AC上，$MN/\!/BC$，O是线段MN的中点. 将$\triangle AMN$沿直线MN进行翻折，A翻折到点P，使得二面角$P-MN-B$是直二面角，如图(2).

(1)若$BM\perp$平面POC，求MN的长；

(2)求二面角$N-PM-B$的余弦值.



图(1)



图(2)

20.（12 分）

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，点$\left(1,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$在椭圆$C$上.

(1)求椭圆C的方程；

(2)设$P(x_0,y_0)$是椭圆C上第一象限内的点，直线l过P且与椭圆C有且仅有一个公共点.

①求直线l的方程(用x_0,y_0表示)；

②设O为坐标原点，直线l分别与x轴，y轴相交于点M,N，试探究$\triangle MON$的面积是否存在最小值. 若存在，求出最小值及相应的点P的坐标；若不存在，请说明理由.

21.（12 分）

已知函数$f(x)=a\ln x+\mathrm{e}^x-2\mathrm{e}x+a\mathrm{e}$.

(1)当$a=\mathrm{e}$时，求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

(2)若a为整数，当$x\geqslant\frac{1}{2}$时，$f(x)\geqslant 0$，求a的最小值.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。

22.[选修 4－4：坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系中，已知直线l的参数方程为$\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$($t$为参数)，曲线$C$的方程为$x^2+y^2+8y+7=0$. 以坐标原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求直线l及曲线C的极坐标方程；

(2)设直线l与曲线C相交于M,N两点，满足$\big||OM|-|ON|\big|=2\sqrt{5}$，求直线$l$的斜率.

23.[选修 4－5：不等式选讲](10 分)

已知函数$f(x)=|2-x|+2|x+1|$.

(1)若存在$x_0\in\mathbf{R}$，使得$f(x_0)\leqslant 4-a^2$，求实数a的取值范围；

(2)令$f(x)$的最小值为M. 若正实数a,b,c满足$\frac{1}{a}+\frac{4}{b}+\frac{9}{c}=M$，求证：$a+b+c\geqslant 12$.