

峨眉二中高 21 级高一 3 月考试理科数学试题

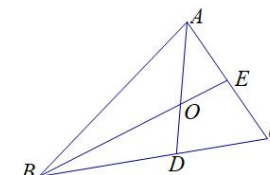
命题人：张远成 审题人：陈勇

一、选择题（每小题 5 分，共 60 分）

- 若 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$, 则 $|\vec{a}| =$ ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 在三角形 $\triangle ABC$ 中, $a = 4, A = 45^\circ, B = 60^\circ$, 则边 b 的值为 ()
A. $\sqrt{3} + 1$ B. $2\sqrt{3} + 1$ C. $2\sqrt{6}$ D. $2 + 2\sqrt{3}$
- 已知 $\vec{a} = (3, 1), \vec{b} = (-2, 5)$, 则 $3\vec{a} - 2\vec{b} =$ ()
A. (2, 7) B. (13, -7) C. (2, -7) D. (13, 13)
- 在 $\triangle ABC$ 中, $\frac{\cos A}{a} = \frac{\cos B}{b} = \frac{\cos C}{c}$, 则 $\triangle ABC$ 一定是 ()
A. 直角三角形 B. 等腰三角形 C. 钝角三角形 D. 等边三角形
- 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $b^2 + c^2 - a^2 = bc$, 则角 A 等于 ()
A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°
- 在数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = -\frac{1}{2}, a_{n+1} = 2a_n - 1$, 则 $a_3 =$ ()
A. -5 B. -4 C. -3 D. -2
- 已知 $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 3$, 且 $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角 θ 的余弦 $\cos \theta = -\frac{4}{5}$, 则向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影等于 ()
A. $\frac{12}{5}$ B. 4 C. $-\frac{12}{5}$ D. -4
- 若平面四边形 $ABCD$ 满足: $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}, (\vec{AB} - \vec{AD}) \cdot \vec{AC} = 0$, 则该四边形一定是 ()
A. 平行四边形 B. 菱形 C. 矩形 D. 正方形
- 若平面向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 两两所成的角相等, 且 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2, |\vec{c}| = 4$, 则 $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ 等于 ()
A. 6 B. 8 C. 2 或 8 D. 6 或 $4 - 2\sqrt{3}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $(b + c - a)(b + c + a) = 3bc$, 且 $2 \cos B \sin C = \sin A$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 ()
A. 等腰三角形 B. 等边三角形 C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形
- 在三角形 ABC 中, $a = 1, b = 3, A = 30^\circ$, 则满足这个条件的三角形个数是 () 个
A. 1 B. 2 C. 3 D. 0
- 若 $|\vec{a}| = \sqrt{2}, |\vec{b}| = 1, |\vec{c}| = \sqrt{3}$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ 的最大值是 ()
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

二、填空题(每小题 5 分, 共 20 分)

- 在 $\triangle ABC$ 中, $A : B : C = 3 : 2 : 1$, 则 $\sin A : \sin B : \sin C =$ _____.
- 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_{n+1} - a_n = 2(n \in \mathbb{N}^*)$, 则 $a_n =$ _____.
- 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1, $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{BC} = \vec{b}, \vec{AC} = \vec{c}$, 则 $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| =$ _____.
- 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的内角 $\angle BAC$ 的平分线, BE 是边 AC 的中线, 且 AD 与 BE 交于点 O , $|\vec{AB}| = 3, |\vec{AC}| = 2$, 若 $\vec{AO} = \lambda \vec{AD}$, $\vec{BO} = \mu \vec{BE}$, 则 $\lambda + \mu =$ _____.



三、解答题（本大题共 6 个小题，共 70 分）

- (10 分) 已知 $\vec{i}, \vec{j}$ 分别是 x, y 轴上的单位向量, 且 $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j}, \vec{b} = \vec{i} + k\vec{j}$.

- 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 求实数 k 的值;
- 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 求 k 的值.

- (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n = n^2 - pn + q$, $a_1 = 0, a_2 = -4$.

- 求 a_5 ;
- 判断 66 是不是该数列中的项? 若是, 是第几项?
- 当 n 为何值, a_n 有最小值? 并求出最小值.

19、（12 分）在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $c = a \cos B + b \sin A$.

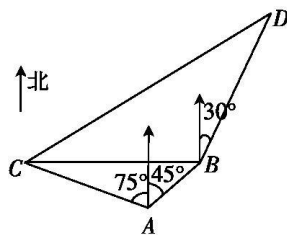
（1）求角 A 的大小；

（2）若 $a = 5, \sin C = 2\sqrt{2} \sin B$ ，求 b, c 的值.

20、（12 分）如图所示，在海岸 A 处发现北偏东 45° 方向，距 A 处 $\sqrt{3}-1$ 海里的 B 处有一艘走私船，

在 A 处北偏西 75° 方向，距 A 处 2 海里的 C 处的我方缉私船，奉命以 $20\sqrt{3}$ 海里 / 小时的速度追截走

私船，此时走私船正以 20 海里 / 小时的速度，从 B 处向北偏东 30° 方向逃窜. 问：缉私船应沿什么方向行驶才能最快截获走私船？并求出所需时间.



21、（12 分）设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, b = a \tan B$, 且 A 为钝角.

（1）证明： $A - B = \frac{\pi}{2}$ ；

（2）求 $2 \sin B + \sin C$ 的取值范围.

22、（12 分）已知向量 $\vec{a} = (\sqrt{3}, -1), \vec{b} = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

（1）求证： $\vec{a} \perp \vec{b}$ ；

（2）若存在不同时为零的实数 k 和 t ，使得 $\vec{x} = \vec{a} + (t^2 - 3)\vec{b}, \vec{y} = -k\vec{a} + t\vec{b}$, 且 $\vec{x} \perp \vec{y}$ ，求函数关系式 $k = f(t)$ ；

（3）若 $g(t) = at^2 - 2at$ ，满足 $t \in (2, +\infty)$ 时， $f(t) > g(t)$ 恒成立，求 a 的取值范围.