

峨眉二中 21 级高一 3 月考试文科数学试题答案

一、选择题（每小题 5 分，共 60 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	C	B	B	D	C	C	B	C	A	A	D

二、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

13. $a_n = 2n - 1$ 14. 直角三角形 15. $2\sqrt{2}$ 16. 45° 或 90°

三、解答题（6 小题，共 70 分）

17. (10 分)

解：(1) $\because \vec{a} // \vec{b}, \therefore x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$, 即 $-2k - 1 = 0$, 解之得 $k = -\frac{1}{2}$5 分

(2) $\because \vec{a} \perp 2\vec{a} + \vec{b}, \therefore \vec{a} \cdot (2\vec{a} + \vec{b}) = 0 \Rightarrow 2\vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times 5 - 2 + k = 0 \Rightarrow k = -8$ 10 分

18. (12 分)

解：(1) 由题可知 $a_1 = 1 - p + q = 0, a_2 = 4 - 2p + q = 0$, 解之得 $p = 7, q = 6$3 分

可得 $a_n = n^2 - 7n + 6$, 所以 $a_5 = -4$4 分

(2) 设数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项为 66, 则 $a_n = n^2 - 7n + 6 = 66$, 即 $n^2 - 7n - 60 = 0$,6 分

解之得 $n = 12$ 或 -5 (舍去), 所以 66 是数列 $\{a_n\}$ 的第 12 项.8 分

(3) 因为 $a_n = n^2 - 7n + 6 = (n - \frac{7}{2})^2 - \frac{25}{4}$, 当 $n = 3$ 或 4 , a_n 最小.10 分

此时 $a_3 = a_4 = -6$, 故当 $n = 3$ 或 4 , a_n 有最小值为 -612 分

19. (12 分)

(1) 由题可知, $\sin C = \sin A \cos B + \sin B \sin A$,

即 $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B = \sin A \cos B + \sin B \sin A$,2 分

化简得 $\cos A \sin B = \sin B \sin A$, 即 $\cos A = \sin A$, 得 $\tan A = 1$4 分

则 $A = \frac{\pi}{4}$6 分

(2) 若 $a^2 = 5^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = b^2 + c^2 - \sqrt{2}bc, c = 2\sqrt{2}b$,8 分

即 $25 = 9b^2 - 2 \times b \times 2\sqrt{2}b \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5b^2$,10 分

解得 $b = \sqrt{5}, c = 2\sqrt{10}$12 分

20. (12 分)

解：(1) 设缉私船应沿 CD 方向行驶 t 小时, 才能最快截获 (在 D 点) 走私船,

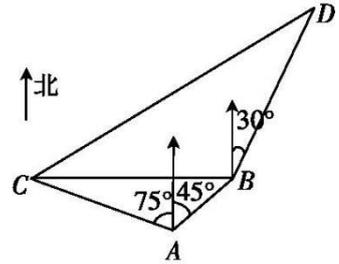
则 $CD = 20\sqrt{3}t$ 海里, $BD = 20t$ 海里.2 分

在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理, 有

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = (\sqrt{3}-1)^2 + 2^2 - 2(\sqrt{3}-1) \times 2 \times (-\frac{1}{2}) = 6,$$

则 $BC = \sqrt{6}$4分

$$\text{又} \because \frac{BC}{\sin \angle BAC} = \frac{AC}{\sin \angle ABC}, \therefore \sin \angle ABC = \frac{2 \times \sin 120^\circ}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$



$\therefore \angle ABC = 45^\circ$, 故 B 点在 C 点的正东方向上.6分

$\therefore \angle CBD = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$, 在 $\triangle BCD$ 中, 由正弦定理得,

$$\frac{BD}{\sin \angle BCD} = \frac{CD}{\sin \angle CBD}, \therefore \sin \angle BCD = \frac{BD \cdot \sin \angle CBD}{CD} = \frac{20t \cdot \sin 120^\circ}{20\sqrt{3}t} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$\therefore \angle BCD = 30^\circ$, 则缉私船应沿北偏东 60° 的方向行驶.9分

又在 $\triangle BCD$ 中, $\angle CBD = 120^\circ, \angle DCB = 30^\circ, \therefore \angle CDB = 30^\circ, BD = CB = \sqrt{6}$10分

$$BD = 20t = \sqrt{6}, \text{解得 } t = \frac{\sqrt{6}}{20}, \dots\dots\dots 11 \text{分}$$

故缉私船应沿北偏东 60° 的方向行驶, 才能最快截获走私船, 大约需要 $\frac{\sqrt{6}}{20}$ 小时.12分

21、(12分)

$$\text{解: (1)} \because b = a \tan B, \sin B = \sin A \cdot \tan B = \sin A \cdot \frac{\sin B}{\cos B}, \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\therefore 1 = \frac{\sin A}{\cos B}, \sin A = \cos B, \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

因为 A 为钝角, 在 $\sin A = \sin(\pi - A) = \cos B = \sin(\frac{\pi}{2} - B)$,

因为 $\pi - A, \frac{\pi}{2} - B$ 均为锐角, 故 $\pi - A = \frac{\pi}{2} - B$, 即 $A - B = \frac{\pi}{2}$5分

$$(2) \because A - B = \frac{\pi}{2}, \therefore A = \frac{\pi}{2} + B, C = \pi - (A + B) = \frac{\pi}{2} - 2B. \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$2 \sin B + \sin C = 2 \sin B + \sin(\frac{\pi}{2} - 2B) = 2 \sin B + \cos 2B = 2 \sin B + 1 - 2 \sin^2 B, \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$\because 0 < B < \frac{\pi}{2}, 0 < C = \frac{\pi}{2} - 2B < \frac{\pi}{2}, \therefore 0 < B < \frac{\pi}{4}, \sin B \in (0, \frac{\sqrt{2}}{2}). \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

当 $\sin B = \frac{1}{2}$ 时, $2 \sin B + \sin C$ 取得最大值为 $\frac{3}{2}$, 故 $2 \sin B + \sin C$ 的取值范围为 $(1, \frac{3}{2}]$12分

22、(12分)

$$(1) \because \vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 = \sqrt{3} \times \frac{1}{2} + (-1) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0, \therefore \vec{a} \perp \vec{b}. \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$(2) \because \vec{x} \perp \vec{y}, \therefore \vec{x} \cdot \vec{y} = [\vec{a} + (t^2 - 3)\vec{b}] \cdot (-k\vec{a} + t\vec{b}) = -k\vec{a}^2 + t(t^2 - 3)\vec{b}^2 = -4k + t(t^2 - 3)$$

= 0, ……4分

解之得 $k = \frac{1}{4}t(t^2 - 3)$. ……5分

(3) 由 $f(t) > g(t)$ 对 $t \in [2, +\infty)$ 恒成立, 即 $\frac{1}{4}t(t^2 - 3) > at^2 - 3t$ 在 $t \in [2, +\infty)$ 恒成立. ……6分

$\because t \geq 2, \therefore$ 原不等式可化简为 $\frac{1}{4}(t^2 - 3) > at - 3$, 即 $t^2 - 4at + 9 > 0$ 在 $t \in [2, +\infty)$ 恒成立. ……7分

令 $y = h(t) = t^2 - 4at + 9, t \geq 2$.

当 $2a \leq 2$ 时, 即 $a \leq 1$ 时, $y = h(t)$ 在 $(2, +\infty)$ 上单调递增,

则 $h(t) > h(2) = 4 - 8a + 9 > 0 \Rightarrow a < \frac{13}{8}$, 故 $a \leq 1$. ……9分

当 $2a > 2$ 时, 即 $a > 1$ 时, 函数 $y = h(t)$ 在 $(2, 2a)$ 上单调递减, 在 $(2a, +\infty)$ 上单调递增,

要使 $h(t) = t^2 - 4at + 9 > 0$ 在 $t \in [2, +\infty)$ 恒成立, 即 $[h(t)]_{\min} > 0$,

则 $y_{\min} = h(2a) = 4a^2 - 8a^2 + 9 = 4a^2 + 9 > 0 \Rightarrow -\frac{3}{2} < a < \frac{3}{2}$, 故有 $1 < a < \frac{3}{2}$. ……11分

综上, 要使 $f(t) > g(t)$ 对 $t \in [2, +\infty)$ 恒成立, 则 a 的取值范围为 $(-\infty, \frac{3}{2})$. ……12分