秘密 ★ 启用前【考试时间:2022 年 3 月 22 日 15:00～17:00】

# 乐山市高中 2022 届第二次调查研究考试

# 数　学(文史类)

**注意事项:**

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

**一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。**

1. 已知集合 $A=\{x|x+2\geqslant 0\}$,$B=\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{-4,-3,-2,-1\}$　　B. $\{-2,-1,0,1,2,3,4\}$

C. $\{0,1,2,3,4\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

2. 已知复数 $z=3+4\mathrm{i}$,则 $|z|+\bar{z}=$

A. $28+4\mathrm{i}$　　B. $28-4\mathrm{i}$　　C. $8+4\mathrm{i}$　　D. $8-4\mathrm{i}$

3. "$\begin{cases}x>1,\\y>1\end{cases}$"是"$x+y>2$"的

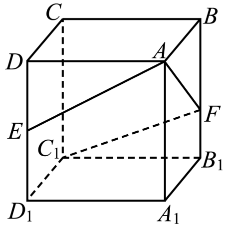
A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$,则 $\sin\left(\alpha-\dfrac{3\pi}{4}\right)=$

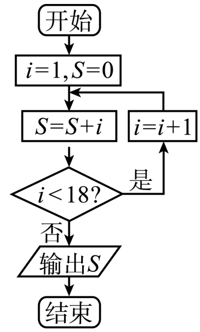
A. $\pm\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $-\dfrac{1}{3}$　　D. $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

5. 如图,长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 $E$ 是棱 $DD_1$ 的中点,点 $F$ 是棱 $BB_1$ 上的动点. 给出以下结论:①在 $F$ 运动的过程中,直线 $FC_1$ 能与 $AE$ 平行;②直线 $AC_1$ 与 $EF$ 必然异面;③设直线 $AE$,$AF$ 分别与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 相交于点 $P$,$Q$,则点 $C_1$ 可能在直线 $PQ$ 上. 其中,所有正确结论的序号是




A. ①②　　B. ①③　　C. ②③　　D. ①②③

6.《算法统宗》是由明代数学家程大位所著的一部应用数学著作，其完善了珠算口诀，确立了算盘用法，并完成了由筹算到珠算的彻底转变，该书清初又传入朝鲜、东南亚和欧洲，成为东方古代数学的名著. 书中卷八有这样一个问题："今有物靠壁，一面尖堆，底脚阔一十八个，问共若干?"右图所示的程序框图给出了解决该题的一个算法，执行该程序框图，输出的 $S$ 即为该物的总数 $S$，则总数 $S=$



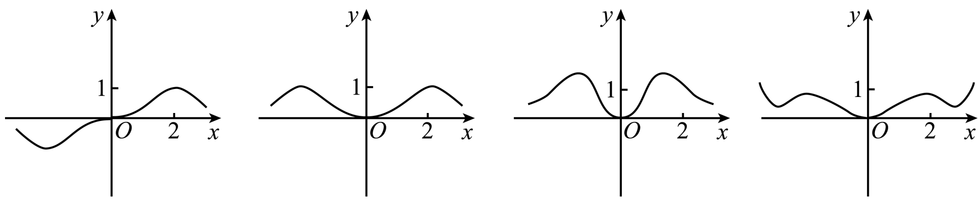

A. 136　　B. 153

C. 171　　D. 190

7. 已知直线 $l$ 过点 $A(-1,0)$，与圆 $M$：$x^2+y^2+4x=0$ 相交于 $B,C$，使得 $|BC|=2\sqrt{3}$，则满足条件的直线 $l$ 的条数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

8. 函数 $f(x)=\dfrac{2x^2}{e^x+e^{-x}}$ 的图象大致为




A.　　B.　　C.　　D.

9. 设△$ABC$ 的内角 $A,B,C$ 所对的边分别为 $a,b,c$，且 $\dfrac{\sqrt{3}c}{a\cos B}+\tan A+\tan B=0$，则 $A=$

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{2\pi}{3}$

10. 2022 年第 24 届冬季奥林匹克运动会(即 2022 年北京冬季奥运会)的成功举办，展现了中国作为一个大国的实力和担当，"一起向未来"更体现了中国推动构建人类命运共同体的价值追求. 在北京冬季奥运会的某个比赛日，某人欲在冰壶(●)、冰球(●)、花样滑冰(Ǒ)、跳台滑雪(Ǒ)、自由式滑雪(Ǒ)这 5 个项目随机选择 2 个比赛项目现场观赛(注：比赛项目后括号内为"●"表示当天不决出奖牌的比赛，"Ǒ"表示当天会决出奖牌的比赛)，则所选择的 2 个观赛项目中最多只有 1 项当天会决出奖牌的概率为

A. $\dfrac{3}{10}$　　B. $\dfrac{2}{5}$　　C. $\dfrac{3}{5}$　　D. $\dfrac{7}{10}$

11. 已知双曲线 $C$ 的一条渐近线为直线 $\sqrt{3}x-y=0$，$C$ 的右顶点坐标为 $(1,0)$，右焦点为 $F$. 若点 $M$ 是双曲线 $C$ 右支上的动点，点 $A$ 的坐标为 $(3,5)$，则 $|MA|+|MF|$ 的最小值为

A. $\sqrt{26}-1$　　B. $\sqrt{26}$　　C. $\sqrt{26}+1$　　D. $\sqrt{26}+2$

12. 设 $a=\dfrac{1}{50}$，$b=\ln(1+\sin 0.02)$，$c=2\ln\dfrac{51}{50}$，则 $a,b,c$ 的大小关系正确的是

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $b<c<a$　　D. $b<a<c$

**二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。**

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(3,t)$，若 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则实数 $t$ 的值为______.

14. 函数 $y=\sin(2x+\varphi)\left(|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 后所得函数图象关于 $y$ 轴对称，则 $\varphi=$ ______.

15. 已知抛物线 $C$ 以坐标原点 $O$ 为顶点，以 $\left(\frac{p}{2},0\right)$ 为焦点，直线 $x-my-2p=0$ 与抛物线 $C$ 交于两点 $A,B$，直线 $AB$ 上的点 $M(1,1)$ 满足 $OM\perp AB$，则抛物线 $C$ 的方程为______.

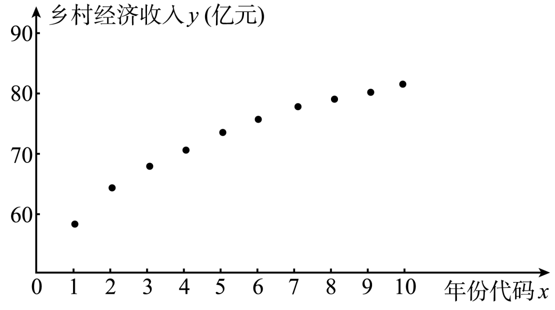
16. 已知 $P,A,B,C,D$ 都在同一个球面上，平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，$ABCD$ 是边长为 2 的正方形，$\angle APB=60°$，当四棱锥 $P-ABCD$ 的体积最大时，该球的半径为______.

**三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生依据要求作答。**

**（一）必考题：共 60 分。**

17.（12 分）

某县为了解乡村经济发展情况，对全县乡村经济发展情况进行调研，现对 2012 年以来的乡村经济收入 $y$（单位：亿元）进行了统计分析，制成如图所示的散点图，其中年份代码 $x$ 的值 1—10 分别对应 2012 年至 2021 年.




（1）若用模型①$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$，②$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}\sqrt{x}$ 拟合 $y$ 与 $x$ 的关系，其相关系数分别为 $r_1=0.8519$，$r_2=0.9901$，试判断哪个模型的拟合效果更好？

（2）根据（1）中拟合效果更好的模型，求 $y$ 关于 $x$ 的回归方程（系数精确到 0.01），并估计该县 2025 年的乡村经济收入（结果精确到 0.01）.

参考数据：$t_i=\sqrt{x_i}$，$\bar{t}=\frac{1}{10}\sum\limits_{i=1}^{10}t_i$，$\sqrt{13}\approx 3.605$，$\sqrt{14}\approx 3.742$，$\sqrt{15}\approx 3.873$.

| $\bar{y}$ | $\bar{t}$ | $\sum\limits_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2$ | $\sum\limits_{i=1}^{10}(t_i-\bar{t})^2$ | $\sum\limits_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})(x_i-\bar{x})$ | $\sum\limits_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})(t_i-\bar{t})$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 72.65 | 2.25 | 126.25 | 4.52 | 235.48 | 49.16 |

参考公式：对于一组数据 $(t_1,y_1)$，$(t_2,y_2)$，…，$(t_n,y_n)$，回归方程 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}t$ 中的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}$.

18.（12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n+1$，设 $b_n=a_n-2$.

（1）求 $b_1,b_2,b_3$；

（2）判断数列 $\{b_n\}$ 是不是等比数列，并说明理由；

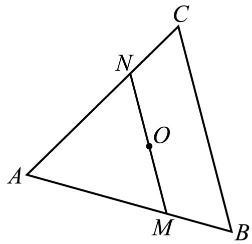
（3）求数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n$.

19.（12 分）

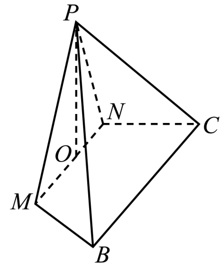
如图(1)，已知$\triangle ABC$是边长为 6 的等边三角形，点$M,N$分别在$AB,AC$上，$MN/\!/BC$，$O$是线段$MN$的中点. 将$\triangle AMN$沿直线$MN$进行翻折，$A$翻折到点$P$，使得平面$PMN\perp$平面$MNCB$，如图(2).

(1)求证$PO\perp BM$；

(2)若$MN=4$，求点$M$到平面$PBC$的距离.



图(1)



图(2)

20.（12 分）

已知椭圆$C$：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，点$\left(1,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$在椭圆$C$上.

(1)求椭圆$C$的方程；

(2)设$P(x_0,y_0)$是椭圆$C$上第一象限内的点，直线$l$过$P$且与椭圆$C$有且仅有一个公共点.

①求直线$l$的方程(用$x_0,y_0$表示)；

②设$O$为坐标原点，直线$l$分别与$x$轴，$y$轴相交于点$M,N$，求$\triangle MON$面积的最小值.

21.（12 分）

已知函数$f(x)=a\ln x+e^x-2ex+ae$.

(1)当$a=e$时，求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

(2)若$a$为整数，当$x\geqslant 1$时，$f(x)\geqslant 0$，求$a$的最小值.

**(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。**

22.[选修 4—4：坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系中，已知直线$l$的参数方程为$\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$($t$为参数)，曲线$C$的方程为$x^2+y^2+8y+7=0$. 以坐标原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求直线$l$及曲线$C$的极坐标方程；

(2)设直线$l$与曲线$C$相交于$M,N$两点，满足$\left||OM|-|ON|\right|=2\sqrt{5}$，求直线$l$的斜率.

23.[选修 4—5：不等式选讲](10 分)

已知函数$f(x)=|2-x|+2|x+1|$.

(1)若存在$x_0\in\mathbf{R}$，使得$f(x_0)\leqslant 4-a^2$，求实数$a$的取值范围；

(2)令$f(x)$的最小值为$M$. 若正实数$a,b,c$满足$\frac{1}{a}+\frac{4}{b}+\frac{9}{c}=M$，求证：$a+b+c\geqslant 12$.