

峨眉二中 2021 级高一下 4 月考 数 学 试 题（理科）

命题人：谢向荣 审题人：徐梦

注意事项：

1. 本试卷分第 I 卷（客观题）和第 II 卷（主观题）两部分，合计 150 分。考试结束后本试卷由学生自行保管，答题卡必须按规定上交。

2. 答题前，考生务必在答题卡上将自己的姓名、班级、考号填写清楚，并将考号填涂到对应方框内，请仔细核对。选择题答案进行填涂时请用 2B 铅笔把答题卡上对应的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其他答案，答在试卷试题卷上无效。

3. 主观题作答时，不能超过对应的答题边框，超出指定区域的答案无效。

一、选择题：（共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。每小题只有一个选项是正确的）

1. $\cos(\alpha - \beta)$ 等于（ ）

- A. $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ B. $\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
C. $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ D. $\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$

2. 已知 $\cos x = -\frac{1}{4}$, x 为第二象限角，那么 $\sin 2x =$ （ ）

- A. $-\frac{\sqrt{15}}{4}$ B. $\pm\frac{\sqrt{15}}{8}$ C. $-\frac{\sqrt{15}}{8}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{8}$

3. 已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 为单位向量，其夹角为 60° ，则 $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b}$ 等于（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

4. 在 $\triangle ABC$ 中， D 为线段 BC 上一点，且 $BD = 2CD$ ，则 $\vec{AD} =$ （ ）

- A. $\vec{AD} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$ B. $\vec{AD} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}$
C. $\vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$ D. $\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$

5. 若 $\pi < \alpha < 2\pi$ ，则化简 $\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$ 的结果是（ ）

- A. $\sin \frac{\alpha}{2}$ B. $\cos \frac{\alpha}{2}$ C. $-\cos \frac{\alpha}{2}$ D. $-\sin \frac{\alpha}{2}$

6. 给出下列命题：①两个具有公共终点的向量一定是共线向量；②两个向量不能比较大小，但它们的模能比较大小；③若 $\lambda \vec{a} = \vec{0}$ (λ 为实数)，则 λ 必为零；④已知 λ, μ 为实数，若 $\lambda \vec{a} = \mu \vec{b}$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线，其中错误命题的个数为（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 已知 $\sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) = \frac{1}{4}$ ，则 $\cos(\frac{2\pi}{3} - 2\alpha) =$ （ ）

- A. $\frac{15}{16}$ B. $-\frac{15}{16}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $-\frac{7}{8}$

8. 若 $\tan A + \tan B + \sqrt{3} = \sqrt{3} \tan A \tan B$ ，则角 $A+B$ 的值可以是（ ）

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{4}$

9. 设向量 $\vec{a} = (m-2, m+3)$ ， $\vec{b} = (2m+1, m-2)$ ，若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角大于 90° ，则实数 m 的取值范围是（ ）

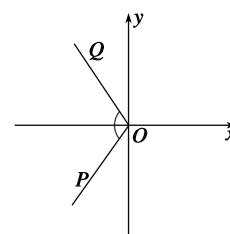
- A. $(-\frac{4}{3}, 2)$ B. $(-\infty, -\frac{4}{3}) \cup (2, +\infty)$ C. $(-2, \frac{4}{3})$ D. $(-\infty, 2) \cup (\frac{4}{3}, +\infty)$

10. 在四边形 $ABCD$ 中， $\vec{AB} = \vec{DC}$ ，且 $\vec{AC} \cdot \vec{BD} = 0$ ，则四边形 $ABCD$ 是（ ）

- A. 矩形 B. 菱形 C. 直角梯形 D. 等腰梯形

11. 如图，角 α 的顶点在坐标原点 O ，始边在 y 轴的正半轴，终边经过点 $P(-3, -4)$ 。角 β 的顶点在原点 O ，始边在 x 轴的正半轴，终边 OQ 落在第二象限，且 $\tan \beta = -2$ ，则 $\cos \angle POQ$ 的值为（ ）

- A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{11\sqrt{5}}{25}$ C. $\frac{11\sqrt{5}}{25}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$



12. 设 $\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$ ，定义一种向量积： $\vec{a} \otimes \vec{b} = (a_1, a_2) \otimes (b_1, b_2) = (a_1 b_1, a_2 b_2)$ 。已知 $\vec{m} = (2, \frac{1}{2})$ ， $\vec{n} = (\frac{\pi}{3}, 0)$ ，点 $P(x, y)$ 在 $y = \sin x$ 的图象上运动，点 Q 在

$y = f(x)$ 的图象上运动。且满足 $\vec{OQ} = \vec{m} \otimes \vec{OP} + \vec{n}$ (其中 O 为坐标原点)，则 $y = f(x)$ 的最大值 A 及最小正周期 T 分别为（ ）

- A. 2, π B. 2, 4π C. $\frac{1}{2}$, 4π D. $\frac{1}{2}$, π

二. 填空题: (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

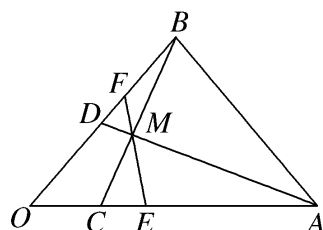
13. $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ 的值为_____ (填数值)

14. 已知点 $A(1, -2)$, 若线段 AB 的中点坐标为 $(3, 1)$ 且 $\overrightarrow{AB}$ 与向量 $\vec{a} = (1, \lambda)$ 共线, 则 $\lambda =$ _____.

15. 设当 $x=0$ 时, 函数 $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ 取得最大值, 则 $\tan(\theta + \frac{\pi}{4}) =$ _____ (填数值).

16. 如图所示, 在 $\triangle ABO$ 中, $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{4} \overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{OB}$, AD 与 BC 相交于点 M ,

在线段 AC 上取一点 E , 在线段 BD 上取一点 F , 使 EF 过点 M , 设 $\overrightarrow{OE} = \lambda \overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OF} = \mu \overrightarrow{OB}$, 那么 $\frac{1}{\lambda} + \frac{3}{\mu} =$ _____



三. 简答题: (本题共 6 个 大题, 17 题 10 分, 其余每题 12 分共 70 分, 请写出详细的解题过程)

17. (10 分) 设平面三点 $A(1, 0)$, $B(0, 1)$, $C(2, 5)$.

(1) 试求向量 $\overrightarrow{AB}$ 的模;

(2) 若向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为 θ , 求 $\cos \theta$;

(3) 求向量 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影.

18. (12 分) 已知 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos(\beta + \alpha) = \frac{5}{13}$.

(1) 求 $\sin(\alpha + \beta)$ 的值 (2) 求 $\sin \beta$ 的值; (3) 求 $\frac{\sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha + \cos 2\alpha}$ 的值.

19. (12 分) 已知 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = 2$, 且向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 方向上的投影为 -1 .

(1) 求 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角 θ ;

(2) 求 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot \vec{b}$;

(3) 当 λ 为何值时, 向量 $\lambda \vec{a} + \vec{b}$ 与向量 $\vec{a} - 3\vec{b}$ 互相垂直?

20. (12 分) 已知锐角三角形 ABC 中, $\sin(A+B) = \frac{3}{5}$, $\sin(A-B) = \frac{1}{5}$.

(1) 求证: $\tan A = 2 \tan B$;

(2) 设 $AB = 3$, 求 AB 边上的高.

21. (12 分) 已知向量 $\vec{a} = (2\sqrt{3} \sin x, 2 \cos^2 x)$, $\vec{b} = (2 \cos x, -2)$ 函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} + m$, 且 $f(\frac{\pi}{6}) = 7$.

(1) 求 m 的值;

(2) 当 $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$ 时, 不等式 $c < f(x) < 2c + 15$ 恒成立, 求实数 c 的取值范围.

22. (12 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 的长 $AD = 2\sqrt{3}$, 宽 $AB = 1$, A, D 两点分别在 x, y 轴的正半轴上移动, B, C 两点在第一象限, $\angle OAD = \theta$.

(1) 当 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 时, 求 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$;

(2) 求 OB 的最大值.

