

1. $\cos(\alpha - \beta)$ 等于 (A)

A. $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ B. $\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ C. $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ D. $\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$

2. 已知 $\cos x = -\frac{1}{4}$, x 为第二象限角, 那么 $\sin 2x =$ (C) A. $-\frac{\sqrt{15}}{4}$ B. $\pm \frac{\sqrt{15}}{8}$ C. $-\frac{\sqrt{15}}{8}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{8}$

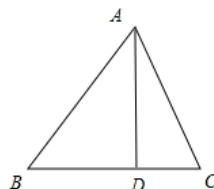
解: 因为 $\cos x = -\frac{1}{4}$, x 为第二象限角, 所以 $\sin x = \frac{\sqrt{15}}{4}$, 所以 $\sin 2x = 2\sin x \cos x = 2 \times \frac{\sqrt{15}}{4} \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{\sqrt{15}}{8}$

3. 已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 为单位向量, 其夹角为 60° , 则 $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b}$ 等于 (B)

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

4. 在 $\triangle ABC$ 中, D 为线段 BC 上一点, 且 $BD = 2CD$, 则 $\vec{AD} =$ (D)

A. $\vec{AD} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$ B. $\vec{AD} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}$ C. $\vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$ D. $\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$



【解析】: 如图, $\because BD = 2CD; \therefore \vec{BD} = 2\vec{DC}; \therefore \vec{AD} - \vec{AB} = 2(\vec{AC} - \vec{AD}), \therefore \vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$.

5. 若 $\pi < \alpha < 2\pi$, 则化简 $\sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{2}}$ 的结果是 (C) A. $\sin \frac{\alpha}{2}$ B. $\cos \frac{\alpha}{2}$ C. $-\cos \frac{\alpha}{2}$ D. $-\sin \frac{\alpha}{2}$

6. 给出下列命题: ①两个具有公共终点的向量一定是共线向量; ②两个向量不能比较大小, 但它们的模能比较大小; ③若 $\lambda \vec{a} = \vec{0}$ (λ 为实数), 则 λ 必为零; ④已知 λ, μ 为实数, 若 $\lambda \vec{a} = \mu \vec{b}$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线, 其中错误命题的个数为 (C)

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【解析】对于①, 两个具有公共终点的向量, 不一定是共线向量, $\therefore$ ①错误; 对于②, 向量是有方向和大小的大小的矢量, 不能比较大小, 但它们的模能比较大小, $\therefore$ ②正确; 对于③, $\lambda \vec{a} = \vec{0}$ 时 (λ 为实数), $\lambda = 0$ 或 $\vec{a} = \vec{0}$, $\therefore$ ③错误; 对于④, 若 $\lambda = \mu = 0$ 时, $\lambda \vec{a} = \mu \vec{b} = \vec{0}$, 此时 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 不一定共线, $\therefore$ ④错误; 综上, 其中错误命题为①③④, 共 3 个.

7. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \frac{1}{4}$, 则 $\cos\left(\frac{2\pi}{3} - 2\alpha\right) =$ (D) A. $\frac{15}{16}$ B. $-\frac{15}{16}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $-\frac{7}{8}$

【解析】 $\because \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \sin\left[\frac{\pi}{2} + \left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)\right] = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{4}, \therefore \cos\left(\frac{2\pi}{3} - 2\alpha\right) = \cos\left(2\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) = \cos 2\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$
 $= 2\cos^2\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 1 = -\frac{7}{8}$.

8. 若 $\tan A + \tan B + \sqrt{3} = \sqrt{3} \tan A \tan B$, 则角 $A+B$ 的值可以是 (B) A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{4}$

解析: 选 B 由已知, 得 $\tan A + \tan B = \sqrt{3}(\tan A \tan B - 1)$, 即 $\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = -\sqrt{3}, \therefore \tan(A+B) = -\sqrt{3}$.

9. 设向量 $\vec{a} = (m-2, m+3)$, $\vec{b} = (2m+1, m-2)$, 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角大于 90° , 则实数 m 的取值范围是 (A)

A. $\left(-\frac{4}{3}, 2\right)$ B. $\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right) \cup (2, +\infty)$ C. $\left(-2, \frac{4}{3}\right)$ D. $(-\infty, 2) \cup \left(\frac{4}{3}, +\infty\right)$

【解析】 $\because \vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角大于 $90^\circ, \therefore \vec{a} \cdot \vec{b} < 0, \therefore (m-2)(2m+1) + (m+3)(m-2) < 0$, 即 $3m^2 - 2m - 8 < 0, \therefore -\frac{4}{3} < m < 2$.

10. 在四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, 且 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0$, 则四边形 $ABCD$ 是(B)

A. 矩形

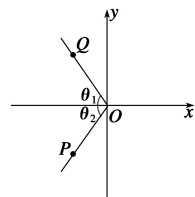
B. 菱形

C. 直角梯形

D. 等腰梯形

解析 $\because \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ 即一组对边平行且相等, $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0$ 即对角线互相垂直, $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为菱形.

11. 如图, 角 α 的顶点在坐标原点 O , 始边在 y 轴的正半轴, 终边经过点 $P(-3, -4)$. 角 β 的顶点在原点 O , 始边在 x 轴的正半轴, 终边 OQ 落在第二象限, 且 $\tan \beta = -2$, 则 $\cos \angle POQ$ 的值为(A)



A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

B. $-\frac{11\sqrt{5}}{25}$

C. $\frac{11\sqrt{5}}{25}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

【解析】 $\tan \beta = \tan(\pi - \theta_1) = -\tan \theta_1 = -2$,

$\therefore \tan \theta_1 = 2, \tan \theta_2 = \frac{4}{3}. \therefore \tan \angle POQ = \frac{\tan \theta_1 + \tan \theta_2}{1 - \tan \theta_1 \tan \theta_2} = -2, \therefore \frac{\pi}{2} < \angle POQ < \pi. \therefore \cos \angle POQ = -\frac{\sqrt{5}}{5}.$

12. 设 $\vec{a}=(a_1, a_2), \vec{b}=(b_1, b_2)$, 定义一种向量积: $\vec{a} \otimes \vec{b}=(a_1, a_2) \otimes (b_1, b_2)$

$=\left(a_1 b_1, a_2 b_2\right)$. 已知 $\vec{m}=\left(2, \frac{1}{2}\right), \vec{n}=\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$, 点 $P(x, y)$ 在 $y=\sin x$ 的图象上运动, 点 Q 在 $y=f(x)$ 的图象上运动. 且满足

$\vec{OQ}=\vec{m} \otimes \vec{OP}+\vec{n}$ (其中 O 为坐标原点), 则 $y=f(x)$ 的最大值 A 及最小正周期 T 分别为 (C)

A. 2, π

B. 2, 4π

C. $\frac{1}{2}, 4\pi$

D. $\frac{1}{2}, \pi$

【解析】 $\vec{OQ}=\vec{m} \otimes \vec{OP}+\vec{n}=\left(2, \frac{1}{2}\right) \otimes(x, y)+\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)=\left(2 x+\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2} y\right)$, 则 $x_0=2 x+\frac{\pi}{3}, y_0=\frac{1}{2} y$, 所以 $x=\frac{1}{2} x_0-\frac{\pi}{6}, y=2 y_0$,

所以 $y=f(x)=\frac{1}{2} \sin \left(\frac{1}{2} x-\frac{\pi}{6}\right)$. 所以最大值 $A=\frac{1}{2}$, 最小正周期 $T=4 \pi$.

13. $\cos ^2 15^{\circ}-\sin ^2 15^{\circ}$ 的值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (填数值)

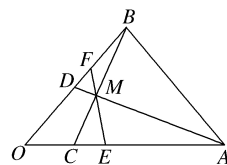
14. 已知点 $A(1,-2)$, 若线段 AB 的中点坐标为 $(3,1)$ 且 $\overrightarrow{AB}$ 与向量 $\vec{a}=(1, \lambda)$ 共线, 则 $\lambda=\frac{3}{2}$.

解析, 点 B 的坐标为 $(3 \times 2-1, 1 \times 2+2)=(5,4)$, 则 $\overrightarrow{AB}=(4,6)$. 又 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\vec{a}=(1, \lambda)$ 共线, 则 $4 \lambda-6=0$, 得 $\lambda=\frac{3}{2}$.

15. 设当 $x=0$ 时, 函数 $f(x)=\sin x+\sqrt{3} \cos x$ 取得最大值, 则 $\tan \left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=2+\sqrt{3}$ (填数值).

【解析】: $f(x)=\sin x+\sqrt{3} \cos x=2 \sin \left(x+\frac{\pi}{3}\right)$; $\therefore$ 当 $x=0$ 时, 函数 $f(x)$ 取得最大值 $\therefore \theta+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+2 k \pi, k \in \mathbb{Z}$;

$\therefore \theta=\frac{\pi}{6}+2 k \pi, k \in \mathbb{Z} ; \therefore \tan \left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\tan \left(\frac{\pi}{6}+2 k \pi+\frac{\pi}{4}\right)=\tan \left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}=2+\sqrt{3}.$



16. 如图所示, 在 $\triangle ABO$ 中, $\overrightarrow{OC}=\frac{1}{4} \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OD}=\frac{1}{2} \overrightarrow{OB}$, AD 与 BC 相交于点 M , 在线段 AC

上取一点 E , 在线段 BD 上取一点 F , 使 EF 过点 M , 设 $\overrightarrow{OE}=\lambda \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OF}=\mu \overrightarrow{OB}$, 那么 $\frac{1}{\lambda}+\frac{3}{\mu}=\underline{\hspace{2cm}}$

解: 由于 E, M, F 三点共线, 所以存在实数 $\eta(\eta \neq -1)$ 使得 $\overrightarrow{EM}=\eta \overrightarrow{MF}, \overrightarrow{EO}+\overrightarrow{OM}=\eta(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OF})$, 于是 $\overrightarrow{OM}=\frac{\overrightarrow{OE}+\eta \overrightarrow{OF}}{1+\eta}$.

又 $\overrightarrow{OE}=\lambda \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OF}=\mu \overrightarrow{OB}$, 所以 $\overrightarrow{OM}=\frac{\lambda \overrightarrow{OA}+\eta \mu \overrightarrow{OB}}{1+\eta}=\frac{\lambda}{1+\eta} \vec{a}+\frac{\mu \eta}{1+\eta} \vec{b}$, 所以 $\frac{1}{7} \vec{a}+\frac{3}{7} \vec{b}=\frac{\lambda}{1+\eta} \vec{a}+\frac{\mu \eta}{1+\eta} \vec{b}$, 则 $\begin{cases} \frac{\lambda}{1+\eta}=\frac{1}{7}, \\ \frac{\mu \eta}{1+\eta}=\frac{3}{7}, \end{cases}$

消去 η 得 $\frac{1}{\lambda}+\frac{3}{\mu}=7$.

17. (10 分) 设平面三点 $A(1, 0)$, $B(0, 1)$, $C(2, 5)$.

(1) 试求向量 $\vec{AB}$ 的模; (2) 若向量 $\vec{AB}$ 与 $\vec{AC}$ 的夹角为 θ , 求 $\cos\theta$; (3) 求向量 $\vec{AB}$ 在 $\vec{AC}$ 上的投影.

【解析】解: (1) 因为, 所以 $\vec{AB} = (0, 1) - (1, 0) = (-1, 1)$, $|\vec{AB}| = \sqrt{2}$ -----3 分

(2) 由 (1) 知 $\vec{AB} = (-1, 1)$, $\vec{AC} = (1, 5)$, 所以 $\cos\theta = \frac{-1+5}{\sqrt{(-1)^2+1^2} \times \sqrt{1^2+5^2}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$. -----7 分

(3) 由 (2) 知向量 $\vec{AB}$ 与 $\vec{AC}$ 的夹角的余弦为 $\cos\theta = \frac{2\sqrt{13}}{13}$, 且 $|\vec{AB}| = \sqrt{2}$. 所以向量 $\vec{AB}$ 在 $\vec{AC}$ 上的投影为 $|\vec{AB}| \cos\theta = \sqrt{2} \times \frac{2\sqrt{13}}{13} = \frac{2\sqrt{26}}{13}$. -----12 分

18. (12 分) 已知 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $\cos(\beta + \alpha) = \frac{5}{13}$.

(1) 求 $\sin(\alpha + \beta)$ 的值 (2) 求 $\sin\beta$ 的值; (3) 求 $\frac{\sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha + \cos 2\alpha}$ 的值.

解: (1) $\sin(\alpha + \beta) = \frac{12}{13}$, -----2 分

(2) 已知 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, 所以 $0 < \alpha + \beta < \pi$. 由于 $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $\cos(\beta + \alpha) = \frac{5}{13}$. 整理得 $\cos\alpha = \frac{3}{5}$, $\sin(\alpha + \beta) = \frac{12}{13}$. 所

以 $\sin\beta = \sin[(\alpha + \beta) - \alpha] = \sin(\alpha + \beta) \cos\alpha - \cos(\alpha + \beta) \sin\alpha = \frac{12}{13} \cdot \frac{3}{5} - \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{65}$. -----6 分

(3) 由于 $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ 所以 $\tan\alpha = \frac{4}{3}$. 所以 $\frac{\sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha + \cos 2\alpha} = \frac{2\sin\alpha \cos\alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 2\tan\alpha = \frac{8}{3}$. -----10 分

19. (12 分) 已知 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = 2$, 且向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 方向上的投影为 -1 . (1) 求 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角 θ ;

(2) 求 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot \vec{b}$; (3) 当 λ 为何值时, 向量 $\lambda\vec{a} + \vec{b}$ 与向量 $\vec{a} - 3\vec{b}$ 互相垂直?

解: (1) $\because |\vec{a}| = 2|\vec{b}| = 2$, $\therefore |\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$. 又 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影为 $|\vec{a}| \cos\theta = -1$, $\therefore \cos\theta = -\frac{1}{2}$, $\therefore \theta = \frac{2\pi}{3}$. ----4 分

(2) $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} - 2b^2 = |\vec{a}||\vec{b}| \cos\theta - 2b^2 = -1 - 2 = -3$. -----8 分

(3) $\because \lambda\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a} - 3\vec{b}$ 互相垂直, $\therefore (\lambda\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - 3\vec{b}) = \lambda a^2 - 3\lambda \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} - 3b^2$

$= 4\lambda + 3\lambda - 1 - 3 = 7\lambda - 4 = 0$, $\therefore \lambda = \frac{4}{7}$. -----12 分 (如果向量没有箭头, 直接扣掉 2 分)

20. (12 分) 已知锐角三角形 ABC 中, $\sin(A+B) = \frac{3}{5}$, $\sin(A-B) = \frac{1}{5}$.

(1) 求证: $\tan A = 2\tan B$; (2) 设 $AB = 3$, 求 AB 边上的高.

(1) 证明 $\because \sin(A+B) = \frac{3}{5}$, $\sin(A-B) = \frac{1}{5}$, $\therefore \begin{cases} \sin A \cos B + \cos A \sin B = \frac{3}{5} \\ \sin A \cos B - \cos A \sin B = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin A \cos B = \frac{2}{5} \\ \cos A \sin B = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{\tan A}{\tan B} = 2$.

$\therefore \tan A = 2 \tan B$.

-----5 分

(2) 解 $\because \frac{\pi}{2} < A+B < \pi$, $\sin(A+B) = \frac{3}{5}$, $\therefore \tan(A+B) = -\frac{3}{4}$, 即 $\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = -\frac{3}{4}$. 将 $\tan A = 2 \tan B$ 代入上式并整理得

$2 \tan^2 B - 4 \tan B - 1 = 0$, 解得 $\tan B = \frac{2 \pm \sqrt{6}}{2}$, 舍去负值, 得 $\tan B = \frac{2 + \sqrt{6}}{2}$. $\therefore \tan A = 2 \tan B = 2 + \sqrt{6}$. -----8 分

设 AB 边上的高为 CD , 则 $AB = AD + DB = \frac{CD}{\tan A} + \frac{CD}{\tan B} = \frac{3CD}{2 + \sqrt{6}}$, 由 $AB = 3$, 得 $CD = 2 + \sqrt{6}$.

$\therefore AB$ 边上的高等于 $2 + \sqrt{6}$. -----12 分 (该题目方法较多, 根据学生答题情况酌情给分)

21. (12 分) 已知向量 $\vec{a} = (2\sqrt{3} \sin x, 2 \cos^2 x)$, $\vec{b} = (2 \cos x, -2)$ 函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} + m$, 且 $f(\frac{\pi}{6}) = 7$.

(1) 求 m 的值; (2) 当 $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$ 时, 不等式 $c < f(x) < 2c + 15$ 恒成立, 求实数 c 的取值范围.

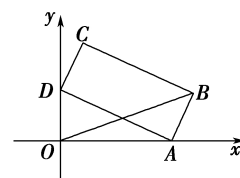
【解析】解: (1) 由题设可得 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} + m = 4\sqrt{3} \sin x \cos x - 4 \cos^2 x + m = 4(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x) + m - 2$
 $= 4 \sin(2x - \frac{\pi}{6}) + m - 2$, $\because f(\frac{\pi}{6}) = 7$, $\therefore 4 \sin \frac{\pi}{6} - 2 + m = 7$, 得 $m = 7$; -----5 分

(2) 由 (1) 得 $f(x) = 4 \sin(2x - \frac{\pi}{6}) + 5$. $\because 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$, $\therefore -\frac{\pi}{6} \leq 2x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{3}$. $\therefore -\frac{1}{2} \leq \sin(2x - \frac{\pi}{6}) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ -----8 分

得 $3 \leq f(x) \leq 2\sqrt{3} + 5$, 由不等式 $c < f(x) < 2c + 15$ 恒成立得

$\begin{cases} c < 3 \\ 2c + 15 > 2\sqrt{3} + 5 \end{cases}$, 解得 $\sqrt{3} - 5 < c < 3$, 故实数 c 的取值范围为 $(\sqrt{3} - 5, 3)$. -----12 分

22. (12 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 的长 $AD = 2\sqrt{3}$, 宽 $AB = 1$, A, D 两点分别在 x, y 轴的正半轴上移动, B, C 两点在第一象限, $\angle OAD = \theta$.



(1) 当 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 时, 求 $\vec{OB} \cdot \vec{OC}$; (2) 求 OB 的最大值.

解 (1) 如图所示, 当 $\theta = 30^\circ$ 时, $Rt\triangle AOD$ 中 $OA = 3$, $OD = \sqrt{3}$. 过点 B 作 $BH \perp OA$, 垂足为 H . $AH = \frac{1}{2}$, $BH = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

所以 $B(\frac{7}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, $\therefore \vec{OB} = (\frac{7}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 同理 $C(\frac{1}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$, $\therefore \vec{OC} = (\frac{1}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$ -----3 分

$\therefore \vec{OB} \cdot \vec{OC} = \frac{7}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{7}{4} + \frac{9}{4} = 4$ -----5 分 (点 C 的坐标可用几何法, 也可向量法求 OC)

(2) 又因为 $\angle OAD = \theta$ $[0 < \theta < \frac{\pi}{2}]$, 则 $\angle BAH = \frac{\pi}{2} - \theta$, $OA = 2\sqrt{3} \cos \theta$, $BH = \sin[\frac{\pi}{2} - \theta] = \cos \theta$, $AH = \cos[\frac{\pi}{2} - \theta] = \sin \theta$,

$\therefore B(2\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta, \cos \theta)$, $OB^2 = (2\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta)^2 + \cos^2 \theta = 7 + 6 \cos 2\theta + 2\sqrt{3} \sin 2\theta = 7 + 4\sqrt{3} \sin[2\theta + \frac{\pi}{3}]$. -----8 分

由 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, 知 $\frac{\pi}{3} < 2\theta + \frac{\pi}{3} < \frac{4\pi}{3}$, 所以当 $\theta = \frac{\pi}{12}$ 时, OB^2 取得最大值 $7 + 4\sqrt{3}$. -----12 分