# 文科数学参考解答及评分参考

## 一、选择题

1. 答案:C

解析:由$(x+3)(x-2)\leqslant 0$解得$-3\leqslant x\leqslant 2$,所以$A=\{x|-3\leqslant x\leqslant 2\}$,$A\cap B=\{x|-3\leqslant x\leqslant 2\}\cap\{x|x\leqslant 1\}=\{x|-3\leqslant x\leqslant 1\}$.

命题意图:本小题设置课程学习情境,设计基础性问题,主要考查集合的交集运算等基础知识;考查运算求解能力,应用意识.

2. 答案:A

解析:$\dfrac{2+\mathrm{i}}{2\mathrm{i}}=\dfrac{-2\mathrm{i}+1}{2}=\dfrac{1}{2}-\mathrm{i}$.

命题意图:本小题设置课程学习情境,设计基础性问题,主要考查复数的乘法与除法运算等基础知识;考查运算求解能力.

3. 答案:C

解析:该农作物苗高度在$[16,18)$,$[18,20]$的频率分别为0.4,0.2,则“优质苗”株数为$100\times(0.4+0.2)=60$(株).

命题意图:本小题以乡村振兴、农业生产为命题情境,以直方图为载体考查概率统计问题,考查概率统计思想和应用意识.

4. 答案:B

解析:由$\cos 2\alpha+2\sin 2\alpha=1$有$1-2\sin^2\alpha+4\sin\alpha\cos\alpha=1$,因为$\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$,所以$0<\sin\alpha<1$且$\sin\alpha=2\cos\alpha$,所以$\tan\alpha=2$.

命题意图:本小题设置课程学习情境,设计基础性问题,主要考查二倍角与同角三角函数关系等基础知识;考查运算求解能力,逻辑推理能力,应用意识.

5. 答案:B

解析:圆心$C(1,-2)$到直线$l$的距离$d=3\sqrt{2}>\sqrt{6}$,即$l$与$C$相离,故切线段长的最小值为$\sqrt{(3\sqrt{2})^2-(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}$.

命题意图:本小题设置课程学习情境,设计基础性问题,主要考查直线、圆的方程,直线与圆的关系,考查数形结合思想,数学运算核心素养.

6. 答案:A

解析:由题可知,该乐音对应的函数为奇函数,A,B选项中的函数为奇函数,选项C中的函数为非奇非偶函数;D选项中的函数为偶函数,排除C,D. 对于选项B,当$x=\frac{\pi}{6}$时,$y=\frac{2-3\sqrt{3}}{12}<0$,不符合题意,故选A.

命题意图:本小题以音乐与数学为应用型情境,以函数图象为载体,考查函数图象的应用,考查数形结合思想;考查直观想象素养.

7. 答案:D

解析:由已知得$f'(x)=12x^3-24x^2+12x=12x(x-1)^2$,则$x<0$时,$f'(x)<0$,$f(x)$单调递减;$x>0$时,$f'(x)\geqslant 0$,$f(x)$单调递增,所以,$f(x)$有唯一一个极值点$x=0$,且为极小值点.

命题意图:本小题以整式型函数为知识探索情境,以四次型函数极值最值为载体,考查导数应用等知识,考查化归与转化、数形结合思想;考查抽象概括、推理论证能力;考查逻辑推理、直观想象素养.

8. 答案:D

解析:$f(x)=\sqrt{3}\sin x-\cos x=2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$,将函数$y=f(x)$的图象上的所有点向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度,得到的图象对应的函数为$y=2\sin\left(x-\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)=-2\cos x$.

命题意图:本小题设置课程学习情境,设计综合性问题,考查两角和差的三角函数公式,三角函数图象的平移变换,诱导公式等基础知识;考查运算求解能力,化归与转换思想,数形结合思想.

9. 答案:B

解析:由已知,$B_1H\perp$面$ABCD$,$BH=1$,在$\mathrm{Rt}\triangle BB_1H$中,$B_1H=\sqrt{BB_1^2-BH^2}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2-1^2}=\sqrt{7}$. 即点$B_1$到平面$ABCD$的距离是$\sqrt{7}$. 因为$ABCD-A_1B_1C_1D_1$是柱体,故$B_1C_1\,/\!/$平面$ABCD$,所以点$C_1$到平面$ABCD$的距离为$\sqrt{7}$.

命题意图:本小题设置课程学习情境,设计综合性问题,以斜四棱柱为载体,考查线面位置关系、点到平面的距离,主要考查空间想象能力和数学运算、逻辑推理素养.

10. 答案:C

解析:设$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,由$\begin{cases}y=k(x+2),\\y^2=4x\end{cases}$得$k^2x^2+(4k^2-4)x+4k^2=0$. 由$\Delta>0$得$k^2<\frac{1}{2}$,此时$x_1+x_2=\frac{4}{k^2}-4$,$x_1x_2=4$,从而$y_1y_2=4\sqrt{x_1x_2}=8$. 由$\angle ADB=90^\circ$得$k_{DA}\cdot k_{DB}=\frac{y_1}{x_1-2}\cdot\frac{y_2}{x_2-2}=\frac{8}{8-2(x_1+x_2)}=-1$,于是$x_1+x_2=8$,解得$k^2=\frac{1}{3}$,$|AB|=\sqrt{1+k^2}\cdot$

$\frac{\sqrt{16(1-2k^2)}}{k^2}=8$.

命题意图：本小题设置课程学习情境，设计综合性问题，主要考查直线与抛物线的关系，考查数形结合、化归与转化思想，考查逻辑推理、数学运算核心素养.

11. 答案：C

解析：在$\triangle ABC$中，$AB=AC=2$，$BC=2\sqrt{3}$，$D$为$BC$的中点，故$AD\perp BC$且$AD=1$，从而$AD\perp$平面$BDP$，设三棱锥$P-ABD$的外接球的球心为$O$，半径为$R$，$O$到平面$BDP$的距离为$d$，则$d=\frac{1}{2}$，又因为$BP=DP=DB=\sqrt{3}$，故$\triangle BDP$的外接圆半径为$r=1$，从而$R^2=d^2+r^2=\frac{5}{4}$，故三棱锥$P-ABD$的外接球的表面积为$4\pi R^2=5\pi$.

命题意图：本小题设置课程学习情境，设计旋转图象的理解，三棱锥与球体的数量关系的转化，主要考查空间想象能力，作图能力和数学运算素养.

12. 答案：A

解析：由题$f'(x)=-\frac{x}{e^x}$，设切点$\left(x_0,\frac{x_0+1}{e^{x_0}}\right)$，则切线方程为$y=-\frac{x_0}{e^{x_0}}(x-x_0)+\frac{x_0+1}{e^{x_0}}$，则$m=-\frac{x_0}{e^{x_0}}(-1-x_0)+\frac{x_0+1}{e^{x_0}}=\frac{(x_0+1)^2}{e^{x_0}}$，过点$P$可以作三条切线，则方程$m=\frac{(x_0+1)^2}{e^{x_0}}$有三个不同实数根，令$g(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$，则$g'(x)=\frac{1-x^2}{e^x}$，可知$x<-1$时，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减；$-1<x<1$时，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增；$x>1$时，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减，则$x=-1$时，$g(x)$取得极小值$g(-1)=0$；当$x=1$时，$g(x)$取得极大值$g(1)=\frac{4}{e}$. 又$x\to-\infty$时，$g(x)\to+\infty$；又$x\to+\infty$时，$g(x)\to 0$. 则$0<m<\frac{4}{e}$时，方程$g(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$有三个不同实数根，此时过点$P$可作曲线$y=f(x)$三条切线.

命题意图：本小题是以切线问题设置的探索性问题情境，由一次函数与指数函数构成的新函数为载体，考查导数的几何意义；考查数形结合、化归与转化等数学思想；考查逻辑推理能力、运算求解能力以及创新能力；考查数学抽象、逻辑推理、数学运算等素养.

## 二、填空题

13. 答案：$\frac{\sqrt{10}}{3}$

解析：由双曲线方程知$a=3$，$b=1$，则$c=\sqrt{10}$，所以离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{10}}{3}$.

命题意图：本小题设置课程学习情境，设计基础性问题，主要考查双曲线的方程和离心率，考查数学运算能力.

14. 答案:2

解析:由$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=(2,t)-(1,2)=(1,t-2)$,$|\overrightarrow{BC}|=\sqrt{1^2+(t-2)^2}=1$,解得 $t=2$.

命题意图:本小题设置课程学习情境,设计基础性问题,主要考查向量的减法与向量的模等基础知识;考查运算求解能力,方程思想.

15. 答案:$\frac{3\sqrt{3}}{4}$

解析:由已知,根据正弦定理得 $2\sin A\cos B=\sin B\cos C+\sin C\cos B=\sin(B+C)$,即 $2\sin A\cos B=\sin A$,所以 $\cos B=\frac{1}{2}$,所以 $B=\frac{\pi}{3}$,由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$,得$(\sqrt{3})^2=a^2+c^2-ac\geqslant 2ac-ac=ac$,即 $ac\leqslant 3$,当且仅当 $a=c=\sqrt{3}$ 时等号成立,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{\sqrt{3}}{4}ac\leqslant\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

命题意图:本小题设置课程学习情境,设计综合性问题,主要考查正余弦定理,两个和差的三角函数,三角形面积公式,均值不等式求最值等基础知识;考查运算求解能力,化归与转化思想,应用意识.

16. 答案:$3+2\sqrt{2}$

解析:由题得$\begin{cases}\dfrac{\frac{1}{2}\pi(R^2-{r_1}^2-{r_2}^2)}{\frac{1}{2}\pi R^2}=\dfrac{1}{4},\\ r_1+r_2=R,\end{cases}$即 $r_1^2+r_2^2-6r_1r_2=0$,所以$\frac{r_1}{r_2}=3+2\sqrt{2}$或者 $3-2\sqrt{2}$(舍去).

命题意图:本小题是以鞋匠刀形设置的应用情境,以几何图形为载体,考查几何概型等基础知识,考查数形结合思想、统计与概率思想;考查运算求解能力和应用能力.

## 三、解答题

17. 解析:(1)由题,

得 $K^2=\frac{200\times(20\times50-30\times100)^2}{50\times150\times120\times80}=\frac{100}{9}\approx11.11>6.635$, ………………………………… 4 分

因此,有 99%的把握认为客户对该产品的评价结果与性别有关系. ……………………… 6 分

(2)这 6 名客户中男性有 4 人,记为 $A_1,A_2,A_3,A_4$,女性有 2 名,记为 $B_1,B_2$. ………… 8 分

从这 6 名客户中选取 2 名客户的所有基本事件有:$(A_1,A_2)$,$(A_1,A_3)$,$(A_1,A_4)$,$(A_1,B_1)$,$(A_1,B_2)$,$(A_2,A_3)$,$(A_2,A_4)$,$(A_2,B_1)$,$(A_2,B_2)$,$(A_3,A_4)$,$(A_3,B_1)$,$(A_3,B_2)$,$(A_4,B_1)$,$(A_4,B_2)$,$(B_1,B_2)$,共 15 个. ………………………………………………………… 10 分

其中,至少有一名女性客户的基本事件有 9 个. ……………………………………… 11 分

所以，抽取的 2 名客户中至少有 1 名女性客户的概率为$\frac{9}{15}$，即$\frac{3}{5}$. ………………………… 12 分

命题意图：本小题考查统计案例、卡方分布、离散型随机变量分布列等基础知识；考查统计与概率思想；考查运算求解、数据处理以及应用意识.

18. 解析：(1)由已知 $a_1+a_1+2+a_1+4=12$，所以 $a_1=2$，

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=2n$. ………………………………………………………… 2 分

设等比数列$\{b_n\}$的公比为 $q$，由 $b_1=3$，$b_3-b_2=18$

则 $3q^2-3q=18$，即 $q^2-q-6=0$，

解得 $q=3$，$q=-2$(舍去)，

所以数列$\{b_n\}$的通项公式为 $b_n=3^n$. ………………………………………………………… 6 分

(2)由(1)得 $c_n=\frac{4}{2n\cdot 2(n+1)}+3^n=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}+3^n$. ………………………………………… 8 分

所以 $T_n=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)+(3+3^2+\cdots+3^n)$

$=1-\frac{1}{n+1}+\frac{3(1-3^n)}{1-3}$

$=\frac{n}{n+1}+\frac{3^{n+1}-3}{2}$.

所以 $T_n=\frac{n}{n+1}+\frac{3^{n+1}-3}{2}$. ……………………………………………………………… 12 分

命题意图：本小题设置课程学习情境，设计综合性问题，主要考查等差数列和等比数列的通项公式，裂项相消法求数列之和与等比数列求和等基础知识；考查运算求解能力，化归与转化思想，方程思想，推理论证能力，应用意识.

19. 解析：(1)证明：设 $PN\perp$平面 $ABC$ 于点 $N$，

过 $N$ 作 $NE\perp AB$ 于 $E$，$NF\perp AC$ 于 $F$，连接 $PE$，$PF$.

因为 $PN\perp$平面 $ABC$，$AB\subset$平面 $ABC$，所以 $PN\perp AB$.

又因为 $NE\perp AB$，所以 $AB\perp$平面 $PNE$，所以 $AB\perp PE$，同理 $AC\perp PF$. ……………… 2 分

在 $\mathrm{Rt}\triangle PAE$，$\mathrm{Rt}\triangle PAF$ 中，$\angle PAE=\angle PAF$，$PA=PA$，

故$\triangle PAE\cong\triangle PAF$，所以 $AF=AE$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ANE$，$\mathrm{Rt}\triangle ANF$ 中，$AF=AE$，$AN=AN$，

故$\triangle ANE\cong\triangle ANF$，所以 $NE=NF$. ……………………………………………… 4 分

即 $N$ 到 $AB$，$AC$ 的距离相等，同理 $N$ 到 $BC$，$AC$ 的距离相等，

故 $N$ 为$\triangle ABC$ 的内心，$N$ 与 $H$ 重合.

所以 $PH\perp$平面 $ABC$.

又因为 $PH\subset$平面 $APM$，所以平面 $PAM\perp$平面 $ABC$. ………………………………… 6 分

(2)设$\triangle ABC$的内切圆半径为$r$,则$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times4\times3=\frac{1}{2}r(3+4+5)$,故$r=1$.

所以$AH=\sqrt{r^2+AE^2}=\sqrt{5}$,$PH=\sqrt{AP^2-AH^2}=2$. …………………………………… 8分

因为$H$为$\triangle ABC$的内心,所以$AH$平分$\angle BAC$,

所以$\frac{BM}{CM}=\frac{AB}{AC}=\frac{3}{5}$,$BM+CM=4$,所以$CM=\frac{5}{2}$,

故$\triangle AMC$的面积为$\frac{1}{2}CM\cdot AB=\frac{15}{4}$. ……………………………………………… 10分

由于点$P$到平面$ABC$的距离为$PH=2$,

故三棱锥$M-PAC$的体积为$\frac{1}{3}S_{\triangle AMC}\cdot PH=\frac{5}{2}$. ………………………………… 12分

命题意图:本小题设置课程学习情境,设计综合性问题,主要考查平面与平面垂直、三棱锥的体积等基础知识,考查空间想象能力,考查逻辑推理素养和数学运算核心素养.

20.解析:(1)椭圆经过点$A,T$,代入椭圆$E$的方程,得$\begin{cases}b^2=1,\\ \frac{64}{25a^2}+\frac{9}{25b^2}=1,\end{cases}$解得$\begin{cases}a^2=4,\\ b^2=1.\end{cases}$

所以椭圆$E$的方程为:$\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………………………………… 2分

由$\angle MAT=\angle NAT$知$AM$与$AN$关于直线$AT$:$y=x+1$对称,

在$AM$上任取一点$P_0(x_0,y_0)$,

则$P_0$关于直线$y=x+1$对称的点为$P'_0(y_0-1,x_0+1)$, ………………………………… 4分

从而$k_1=k_{AP_0}=\frac{y_0-1}{x_0}$,$k_2=k_{AP'_0}=\frac{(x_0+1)-1}{y_0-1}$,

于是$k_1k_2=1$. …………………………………………………………………………………… 5分

(2)设点$M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$,$AM$:$y=k_1x+1$,

由$\begin{cases}y=k_1x+1,\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1,\end{cases}$得$(4k_1^2+1)x^2+8k_1x=0$,所以$x_1=-\frac{8k_1}{4k_1^2+1}$,

从而$y_1=k_1x_1+1=\frac{1-4k_1^2}{4k_1^2+1}$.

同理$x_2=-\frac{8k_2}{4k_2^2+1}$,$y_2=\frac{1-4k_2^2}{4k_2^2+1}$.

由(1)有$k_1k_2=1$,故$x_2=-\frac{8k_1}{4+k_1^2}$,$y_2=\frac{k_1^2-4}{4+k_1^2}$, ………………………………… 7分

为方便,记$k_1=k$,则$k_{MN}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{\frac{1-4k^2}{4k^2+1}-\frac{k^2-4}{4+k^2}}{\frac{-8k}{4k^2+1}-\frac{-8k}{4+k^2}}=\frac{8-8k^4}{8k(3k^2-3)}=-\frac{k^2+1}{3k}$ ………… 9分

$MN: y-y_1=k_{MN}(x-x_1)$,

所以 $y-\frac{1-4k^2}{4k^2+1}=-\frac{k^2+1}{3k}\left(x-\frac{-8k}{4k^2+1}\right)$,

即 $y=-\frac{k^2+1}{3k}x-\frac{8(k^2+1)}{3(4k^2+1)}+\frac{1-4k^2}{4k^2+1}=-\frac{k^2+1}{3k}x-\frac{5}{3}$ ………………………… 11 分

由此可知,当 $k$ 变化时,直线 $MN$ 过定点 $\left(0,-\frac{5}{3}\right)$. ………………………… 12 分

命题意图:本小题设置课程学习情境,设计探索性问题,主要考查直线、椭圆的方程,直线与椭圆的关系等基础知识,考查数形结合、化归与转化思想,考查逻辑推理素养、数学运算核心素养.

21. 解析:(1)由题 $f(x)=ae^x-x^2$ 得 $f'(x)=ae^x-2x$,

因为函数 $f(x)$ 有两个极值点,

所以方程 $f'(x)=0$ 有两个不同实数根,即方程 $a=\frac{2x}{e^x}$ 有两个不同实数根, ………… 2 分

设 $u(x)=\frac{2x}{e^x}$,则 $u'(x)=\frac{2-2x}{e^x}$,

知 $x<1$ 时,$u'(x)>0$,则 $u(x)$ 单调递增,$x>1$ 时,$u'(x)<0$,则 $u(x)$ 单调递减,

所以,$x=1$ 时,$u(x)$ 取得极大值 $u(1)=\frac{2}{e}$,

又 $x<0$ 时,$u(x)<0$;$x>0$ 时,$u(x)>0$,且 $x\to+\infty$ 时,$u(x)\to 0$,

所以,方程 $a=\frac{2x}{e^x}$ 有两个不同实数根时,有 $0<a<\frac{2}{e}$.

即 $f(x)$ 有两个极值点时,$a$ 的取值范围是 $\left(0,\frac{2}{e}\right)$. ………………………… 5 分

(2)由(1)可知,$f(x)$ 的两个极值点 $x_1,x_2$ 是方程 $ae^x-2x=0$ 的两根,

且 $0<a<\frac{2}{e}$,$0<x_1<1<x_2$,则有 $ae^{x_1}=2x_1>0$,$ae^{x_2}=2x_2>0$,

两式相除,得 $e^{x_2-x_1}=\frac{x_2}{x_1}$,即有 $x_2-x_1=\ln\frac{x_2}{x_1}>0$,

由 $x_1+\lambda x_2\geqslant 2x_1x_2$ 得,$(x_2-x_1)(x_1+\lambda x_2)\geqslant 2x_1x_2\ln\frac{x_2}{x_1}$, ………………… 7 分

所以 $\lambda\geqslant\frac{2\ln t+\frac{1}{t}-1}{t-1}$,令 $t=\frac{x_2}{x_1}\geqslant 3$,

令 $h(t)=\frac{2\ln t+\frac{1}{t}-1}{t-1}(t\geqslant 3)$,则 $h'(t)=\frac{3-\frac{4}{t}+\frac{1}{t^2}-2\ln t}{(t-1)^2}(t\geqslant 3)$,

令 $\varphi(t)=3-\frac{4}{t}+\frac{1}{t^2}-2\ln t(t\geqslant 3)$,

则 $\varphi'(t)=-\frac{2}{t}+\frac{4}{t^2}-\frac{2}{t^3}=\frac{-2t^2+4t-2}{t^3}=\frac{-2(t-1)^2}{t^3}<0$，…………………………… 9 分

所以 $\varphi(t)$ 单调递减，又 $\varphi(3)=3-\frac{4}{3}+\frac{1}{3^2}-2\ln 3=\frac{16-18\ln 3}{9}<0$，

故 $t\geqslant 3$ 时，$\varphi(t)<0$，则 $h(t)=\frac{2\ln t+\frac{1}{t}-1}{t-1}$ 单调递减，

则 $h(t)\leqslant h(3)=\ln 3-\frac{1}{3}$，故 $\lambda\geqslant \ln 3-\frac{1}{3}$.

所以 $\lambda$ 的最小值为 $\ln 3-\frac{1}{3}$. …………………………………………………… 12 分

命题意图：本小题是以初等函数设置探索性情境，考查函数极值、函数零点、不等式证明、导数的应用等基础知识；考查化归与转化、函数与方程、数形结合等数学思想；考查推理论证能力、运算求解能力和创新能力；考查逻辑推理、数学运算等数学素养.

**选考题**

22. 解析：(1)将 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\ y=\rho\sin\theta\end{cases}$ 代入 $4\rho^2\sin^2\theta=3(\rho^2-1)$，得

$4y^2=3(x^2+y^2)-3$，

即曲线 $C$ 的直角坐标方程为：$3x^2-y^2-3=0$. ……………………………………………… 5 分

(2)直线 $l$ 的参数方程可改写为 $\begin{cases}x=2+\frac{\sqrt{3}}{2}t,\\ y=\frac{1}{2}t\end{cases}$ （$t$ 为参数），………………………………… 6 分

代入曲线 $C$ 的方程，有 $3\left(2+\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)^2-\left(\frac{1}{2}t\right)^2=3$，

整理得 $2t^2+6\sqrt{3}t+9=0$. ………………………………………………………………… 7 分

从而 $t_1+t_2=-3\sqrt{3}$，$t_1t_2=\frac{9}{2}$，…………………………………………………………… 8 分

所以 $|AB|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=3$. ………………………………………… 10 分

命题意图：本小题设置课程学习情境，设计基础性问题，考查参数方程的标准化，极坐标方程化普通方程，双曲线的弦长计算，主要考查数学运算素养.

23. 解析：(1)当 $x<-\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=-2x+3-2x-1\leqslant 6-x$，解得 $-\frac{4}{3}\leqslant x<-\frac{1}{2}$；

当 $-\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}$ 时，$f(x)=-2x+3+2x+1\leqslant 6-x$，解得 $-\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}$；

当 $x>\frac{3}{2}$ 时，$f(x)=2x-3+2x+1\leqslant 6-x$，解得 $\frac{3}{2}<x\leqslant\frac{8}{5}$，

综上所述，原不等式的解集为$\left\{x \middle| -\frac{4}{3}\leqslant x\leqslant\frac{8}{5}\right\}$. ………………………………………… 5 分

(2)由题 $f(x)=|2x-3|+|2x+1|\geqslant|2x-3-(2x+1)|=4$，当且仅当$(2x-3)(2x+1)\leqslant 0$

即$-\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}$时取“等号”，故 $f(x)$的最小值 $T=4$，即 $x+y+2z=4$.

证法 1：

$$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y+1}+\frac{2}{z+2}=\frac{1}{10}[(x+1)+(y+1)+2(z+2)]\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y+1}+\frac{2}{z+2}\right)$$

$$\geqslant\frac{1}{10}\left[\sqrt{(x+1)\cdot\frac{1}{x+1}}+\sqrt{(y+1)\cdot\frac{1}{y+1}}+\sqrt{2(z+2)\cdot\frac{2}{z+2}}\right]^2=\frac{16}{10}=\frac{8}{5},$$

当且仅当$(x+1)^2=(y+1)^2=(z+2)^2$，即 $x=y=\frac{3}{2}$，$z=\frac{1}{2}$时取等号.

所以，$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y+1}+\frac{2}{z+2}\geqslant\frac{8}{5}$. ………………………………………… 10 分

证法 2：

$$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y+1}+\frac{2}{z+2}=\frac{1}{10}[(x+1)+(y+1)+2(z+2)]\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y+1}+\frac{2}{z+2}\right)$$

$$=\frac{1}{10}\left[6+\frac{y+1}{x+1}+\frac{x+1}{y+1}+\frac{2(z+2)}{x+1}+\frac{2(x+1)}{z+2}+\frac{2(z+2)}{y+1}+\frac{2(y+1)}{z+2}\right]$$

$$\geqslant\frac{1}{10}\left[6+2\sqrt{\frac{y+1}{x+1}\cdot\frac{x+1}{y+1}}+2\sqrt{\frac{2(z+2)}{x+1}\cdot\frac{2(x+1)}{z+2}}+2\sqrt{\frac{2(z+2)}{y+1}\cdot\frac{2(y+1)}{z+2}}\right]=\frac{8}{5}.$$

当且仅当$\frac{y+1}{x+1}=\frac{x+1}{y+1}$，$\frac{2(z+2)}{x+1}=\frac{2(x+1)}{z+2}$，$\frac{2(z+2)}{y+1}=\frac{2(y+1)}{z+2}$取等号，

即 $x=y=\frac{3}{2}$，$z=\frac{1}{2}$时取等号.

所以，$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y+1}+\frac{2}{z+2}\geqslant\frac{8}{5}$. ………………………………………… 10 分

命题意图：本小题主要考查含绝对值不等式的解法，考查不等式的证明方法等基础知识，考查分类与整合思想，考查运算求解、推理论证等数学能力.