机密★启用前　〔考试时间：2024 年 7 月 3 日下午 15:00－17:00〕

乐山市高中 2025 届期末教学质量检测

数　　学

（考试时间：120 分钟　试卷总分：150 分）

注意事项：

1. 答题前先将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在试卷和答题卡上，认真核准准考证号条形码上的以上信息，将条形码粘贴在答题卡上的指定位置.

2. 请按题号顺序在答题卡上各题目的答题区域内作答，写在试卷、草稿纸和答题卡的非答题区域均无效.

3. 选择题用 2B 铅笔在答题卡上把所选答案的标号涂黑；非选择题用黑色签字笔在答题卡上作答；字体工整，笔迹清楚.

4. 考试结束后，请将试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

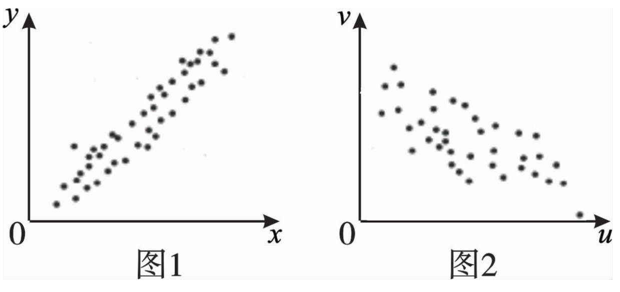
1. 已知函数 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$，则 $f'(4)=$

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. 2

2. 已知数列 $1,\sqrt{3},\sqrt{5},\sqrt{7},3,\cdots$，按此规律，$3\sqrt{3}$ 是该数列的

A. 第 11 项　　B. 第 12 项　　C. 第 13 项　　D. 第 14 项

3. 对变量 x,y 由观测数据 $(x_i,y_i)(i\in\mathbf{N}^*)$ 得散点图 1；对变量 u,v 由观测数据 $(u_i,v_i)(i\in\mathbf{N}^*)$ 得散点图 2. r_1 表示变量 x,y 之间的线性相关系数，r_2 表示变量 u,v 之间的线性相关系数，则下列说法正确的是



A. 变量 x 与 y 呈现正相关，且 $|r_1|>|r_2|$　　B. 变量 x 与 y 呈现负相关，且 $|r_1|<|r_2|$

C. 变量 u 与 v 呈现正相关，且 $|r_1|>|r_2|$　　D. 变量 u 与 v 呈现负相关，且 $|r_1|<|r_2|$

4. 某校准备从甲、乙等 7 人中选出 4 人参加社区服务工作，要求甲、乙至少有 1 人参加，则不同的方法有

A. 35 种　　B. 30 种　　C. 25 种　　D. 20 种

5. 牛顿在《流数法》一书中,给出了高次代数方程的一种数值解法——牛顿法. 设 r 是 $f(x)=x^2+x-1=0(x>0)$ 的根,选取 $x_0=1$ 作为 r 的初始近似值,过点 $(x_0,f(x_0))$ 做曲线 $y=f(x)$ 的切线 l,l 与 x 轴的交点的横坐标为 x_1,称 x_1 是 r 的一次近似值;过点 $(x_1,f(x_1))$ 做曲线 $y=f(x)$ 的切线,则该切线与 x 轴的交点的横坐标为 x_2,称 x_2 是 r 的二次近似值. 则 $x_2=$

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{11}{20}$　　C. $\frac{13}{21}$　　D. $\frac{17}{27}$

6. 某市组织 5 名志愿者到当地三个学校开展活动,要求每个学校至少派一名志愿者,每名志愿者只能去一个学校,则不同的派出方法有

A. 240 种　　B. 150 种　　C. 120 种　　D. 60 种

7. 某次大型联考有 10000 名学生参加,考试成绩(满分 100 分)近似服从正态分布 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$(其中 μ 和 σ 分别为样本的均值和标准差),若本次考试平均成绩为 65 分,87 分以上共有 228 人,学生甲的成绩为 76 分,则学生甲的名次大致是(　　)名.

附:若随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,则 $P(\mu-\sigma<X\leqslant\mu+\sigma)\approx0.6827$,

$P(\mu-2\sigma<X\leqslant\mu+2\sigma)\approx0.9545$,$P(\mu-3\sigma<X\leqslant\mu+3\sigma)\approx0.9937$.

A. 456　　B. 1587　　C. 3174　　D. 8413

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^2$,记数列 $\left\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n,则 $T_{2024}=$

A. $\frac{4047}{4048}$　　B. $\frac{2023}{4048}$　　C. $\frac{4048}{4049}$　　D. $\frac{2024}{4049}$

二、多项选择题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 设离散型随机变量 X 满足 $P(X=i)=C_5^i(\frac{2}{3})^i(\frac{1}{3})^{5-i}(i=0,1,2,3,4,5)$,则下列说法正确的是

A. $P(X=3)=\frac{80}{243}$　　B. $E(X)=\frac{10}{3}$　　C. $D(X)=\frac{5}{3}$　　D. $E(3X+1)=11$

10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d,前 n 项和为 S_n,若 $a_2+a_5=-8$,$a_1+a_4=-12$,则下列说法正确的是

A. $d=-2$　　B. $a_n=2n-11$　　C. $S_{10}=0$　　D. S_n 最小值为 -25

11. 若 $(1+x)^{2024}(1-x)^{2024}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{4048}x^{4048}$,则

A. $a_0=0$　　B. $a_{2024}=C_{2024}^{1012}$

C. $\sum\limits_{i=0}^{2024}a_{2i}=0$　　D. $\sum\limits_{i=1}^{4048}(ia_i2^{i-1})=4048\times3^{2023}$

12. 在数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1=1$,$a_{n+1}-a_n=2^n$,若不等式 $2+\lambda\cdot(-1)^n\geqslant\frac{3n-1}{a_n+1}$ 对任意 $n\in N^*$ 恒成立,则实数 λ 的值可以是

A. 1　　B. 0　　C. -1　　D. -2

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 由数字 2，3，4，5 可组成______个三位数（各位上数字可重复，用数字作答）.

14. 一个不透明的箱子中有 5 个小球，其中 2 个白球，3 个黑球，现从中任取两个小球，其中一个是白球，则另一个也是白球的概率是______.

15. 数列$\{a_n\}$是各项均为正数的等比数列，满足 $a_1+a_2=8(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2})$，$a_3+a_4+a_5=256(\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}+\frac{1}{a_5})$，则数列的通项 $a_n=$______.

16. 已知函数 $f(x)=ae^{1-x}-\frac{e^{x-1}}{a}+x-\frac{1}{x}$，若 $f(x)\geqslant 0$ 有解，则 a 的取值范围是______.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤.

17.（本小题 10 分）

某游泳俱乐部为了解中学生对游泳是否有兴趣，从某中学随机抽取男生和女生各 50 人进行调查，对游泳有兴趣的人数占总人数的$\frac{4}{5}$，女生中有 5 人对游泳没有兴趣.

（1）完成下面 2×2 列联表：

	有兴趣	没有兴趣	合　计
男			
女			
合　计			

（2）依据 $a=0.05$ 的独立性检验，能否认为游泳兴趣跟性别有关？

附：$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

α	0.10	0.05	0.01	0.005
χ_a	2.706	3.841	6.635	7.879

18.（本小题 12 分）

已知函数 $f(x)=x(x-c)^2$.

（1）若 $c=2$，求函数 $y=f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（2）讨论函数 $y=f(x)$ 的单调性.

19.（本小题 12 分）

2020 年至 2023 年全国粮食年产量 y（单位：万万吨）的数据如下表：

年份	2020	2021	2022	2023
年份代号 x	1	2	3	4
总产量 y	6.69	6.82	6.86	6.95

(1)请用相关系数判断 y 关于 x 的线性相关程度(计算时精确到小数点后 2 位,若 $|r|>0.75$,则线性相关程度较高,若 $0.3<|r|<0.75$,则线性相关程度一般);

(2)求出 y 关于 x 的线性回归方程,并预测 2025 年全国粮食年产量.

参考公式:相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$,回归直线方程的斜率

$$\hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2},\text{截距 }\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}.$$

参考数据:$\sum\limits_{i=1}^{4}x_iy_i=68.71$,$\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{4}(y_i-\bar{y})^2}\approx0.19$,$\sqrt{5}\approx2.24$.

20.(本小题 12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 是等差数列,$\{b_n\}$ 是等比数列,且 $a_1=b_1=1$,$a_3+b_2=8$,$2a_2-b_3=-3$.

(1)求数列 $\{a_n\}$,$\{b_n\}$ 的通项公式;

(2)若数列 $\{b_n\}$ 单调递增,记 $c_n=\dfrac{a_n}{b_n}$,求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n,并证明:$1\leqslant T_n<3$.

21.(本小题 12 分)

某校篮球队举行投篮与传球训练:

(1)投篮规则如下:每名队员用一组篮球定点投篮,一组 3 个球,先投 2 个普通球,再投 1 个花球. 记投进一个普通球得 1 分,普通球投进的概率为$\dfrac{1}{2}$;投进一个花球得 2 分,花球投进的概率为$\dfrac{1}{4}$. 记某队员进行一组定点投篮训练后得分为 X,求 X 的分布列和期望 $E(X)$;

(2)现选投篮成绩最好的 3 名队员进行传球展示,从甲开始,每次等可能地传给另外两名队员,接到球的队员又等可能地传给另外两名队员,如此反复,假设传出的球都能接住. 求传了 n 次球后,球在甲手上的概率 p_n.

22.(本小题 12 分)

已知函数 $f(x)=(\mathrm{e}^x+a)x$,$g(x)=(x+a)\ln x$.

(1)当 $a=0$ 时,求函数 $y=f(x)$ 的极值;

(2)当 $a\geqslant\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}$时,若 $f(x_1)=g(x_2)=t(t>0)$,求证:$x_1(x_2+1)\ln t\geqslant-\dfrac{1}{\mathrm{e}}$.