

绵阳市高中 2022 级第一次诊断性考试

数 学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的班级、姓名、考号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 考试结束后，将答题卡交回。

第 I 卷（选择题，共 58 分）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | (x+1)^2 \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{-2, -1\}$ B. $\{-2, -1, 0\}$ C. $[-2, 0]$ D. $[-2, 2]$
2. “ $ac^2 > bc^2$ ”是“ $a > b$ ”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 已知 $x > 0, y > 0$, 且满足 $x + y = xy - 3$, 则 xy 的最小值为
 A. 3 B. $2\sqrt{3}$ C. 6 D. 9
4. 某公司根据近几年经营经验，得到广告支出与获得利润数据如下：

广告支出 x /万元	2	5	8	11	15	19
利润 y /万元	33	45	50	53	58	64

根据表中数据可得利润 y 关于广告支出 x 的经验回归方程为 $\hat{y} = 1.65x + \hat{a}$. 据此经验回归方程，若计划利润达到 100 万元，估计需要支出广告费

- A. 30 万元 B. 32 万元 C. 36 万元 D. 40 万元
5. 下列选项中，既是增函数，也是奇函数的是
 A. $y = x^{-2}$ B. $y = x + \frac{1}{x}$ C. $y = x - \sin x$ D. $y = \ln \frac{x-1}{x+1}$
 6. 已知 θ 为第一象限角，且 $\tan(\theta + \frac{\pi}{3}) + \tan \theta = 0$, 则 $\frac{1 - \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta} =$
 A. 9 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{9}$

7. 某工厂产生的废气经过滤后排放，过滤过程中废气的污染物含量 P (单位: mg/L) 与时间 t (单位: h) 间的关系为 $P = P_0 e^{-kt}$ (e 是自然对数的底数, P_0, k 为正的常数). 如果前 9h 消除了 20% 的污染物，那么消除 60% 的污染物需要的时间约为 () (参考数据: $\lg 2 \approx 0.301$)
 A. 33h B. 35h C. 37h D. 39h

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -3(x+1)^2, & x \leq 0, \\ e^x(x^2-3), & x > 0, \end{cases}$ $g(x) = mx$, 若关于 x 的不等式 $x(f(x)-g(x)) < 0$ 的整数解有且仅有 2 个，则实数 m 的取值范围是
 A. $(0, \frac{3}{2}]$ B. $(0, \frac{e^2}{2}]$
 C. $(-2e, 0]$ D. $(-\infty, 0) \cup (0, \frac{3}{2}]$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 6, a_{n+1} = S_n + 6$, 则
 A. $S_3 = 42$ B. $S_n < 2a_n$
 C. $\{S_n\}$ 是等比数列 D. 存在大于 1 的整数 n, k , 使得 $S_n = a_k$
10. 已知函数 $f(x) = 2 \sin \frac{\omega x}{2} \cos \frac{\omega x}{2} - 2\sqrt{3} \sin^2 \frac{\omega x}{2} + \sqrt{3} (\omega > 0)$ 在 $[0, \pi)$ 上有且仅有 4 个零点，则
 A. $\omega \in (\frac{11}{3}, \frac{14}{3}]$
 B. 令 $g(x) = f(x + \frac{\pi}{6})$, 存在 ω , 使得 $g'(x)$ 为偶函数
 C. 函数 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上可能有 3 个或 4 个极值点
 D. 函数 $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{35}, \frac{\pi}{35})$ 上单调递增
11. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $f(x)$ 不恒为 0, 且 $\frac{f(x)+f(y)}{2} = f(\frac{x+y}{2})f(\frac{x-y}{2})$, 则
 A. $f(0)$ 可以等于零 B. $f(x)$ 的解析式可以为: $f(x) = \cos 2x$
 C. 曲线 $f(x-1)$ 为轴对称图形 D. 若 $f(1) = 1$, 则 $\sum_{k=1}^{20} f(k) = 20$

第 II 卷 (非选择题, 共 92 分)

三、填空题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 记 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $b=2, c=3, \cos(B+C)=-\frac{2}{3}$,

则 $a=$ _____.

13. 已知函数 $f(x)=|\ln|x+2||-m$, m 为正的常数, 则 $f(x)$ 的零点之和为_____.

14. 若 $x=2$ 是函数 $f(x)=(x-3)e^x+a(\frac{1}{2}x^2-2x)$ 的极大值点, 则实数 a 的取值范围为_____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)

近年来, 解放军强军兴军的深刻变化, 感召了越来越多的高中优秀青年学子献身国防, 投身军营. 2024 年高考, 很多高考毕业学生报考了军事类院校. 从某地区内学校的高三年级中随机抽取了 900 名学生, 其中男生 500 人, 女生 400 人, 通过调查, 有报考军事类院校意向的男生、女生各 100 名.

(1) 完成给出的列联表, 并分别估计该地区高三男、女学生有报考军事类院校意向的概率;

	有报考意向	无报考意向	合计
男学生			
女学生			
合计			

(2) 根据小概率值 $\alpha=0.10$ 的独立性检验, 能否认为学生有报考军事类院校意向与性别有关.

参考公式及数据: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $n=a+b+c+d$.

α	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
x_α	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

16. (15 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $a \sin C = \frac{1}{2}$, 且 $a \cos C + c \cos A = 1$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 若 $B = \frac{\pi}{4}$, 求 A .

17. (15 分)

已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 满足 $(n+1)a_n = nb_n$, 且 a_{n+1} 是 b_n 与 b_{n+1} 的等比中项.

(1) 若 $a_1 + a_2 = 4$, 求 b_1 的值;

(2) 若 $a_1 = 2$, 设数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n, T_n .

(i) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

(ii) 求 $T_n - S_n$.

18. (17 分)

已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 - a^2x - 1$.

(1) 当 $a = -5$ 时, 则过点 $(0, 2)$ 的曲线 $f(x)$ 的切线有几条? 并写出其中一条切线方程;

(2) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(3) 若 $f(x)$ 有唯一零点, 求实数 a 的取值范围.

19. (17 分)

已知函数 $f(x) = \ln x + x^2 - 3x + a$, $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上的最大值为 $\frac{3}{4} - \ln 2$.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $2a_n a_{n+1} = f(a_n) + 3a_n - 1$, 且 $a_1 = \frac{4}{3}$.

(i) 当 $n \geq 2, n \in \mathbf{Z}$ 时, 比较 a_n 与 1 的大小, 并说明理由;

(ii) 求证: $3 \sum_{i=1}^n |1 - a_i| < 2$.

高中2022级第一次诊断性考试

数学答题卡

姓名 _____ 班级 _____

考号

考生禁填 (填涂说明: 缺考考生由监考员贴条形码, 并用2B铅笔填涂右边缺考标记)

贴条形码区(监考员贴)
(正面朝上切勿贴出虚线框外)

注意事项

- 答题前, 考生先将自己的姓名、班级、考号用0.5毫米的黑色墨水签字笔填写清楚, 并认真核对条形码上的学校、姓名、考号。
- 选择题使用2B铅笔填涂, 非选择题用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚; 按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
- 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要弄破; 选择题修改时用橡皮擦擦干净, 不留痕迹。其他试题修改禁用涂改液和不干胶条。
- 填涂示例: 正确填涂法

选择题 (考生须用2B铅笔填涂)

- 1 A B C D
- 2 A B C D
- 3 A B C D
- 4 A B C D
- 5 A B C D
-
- 6 A B C D
- 7 A B C D
- 8 A B C D
- 9 A B C D
- 10 A B C D
-
- 11 A B C D

非选择题 (考生须用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写)

12. _____

13. _____

14. _____

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

15.

	有报考意向	无报考意向	合计
男学生			
女学生			
合计			

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

16.

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

17.

18.

19.

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

数学答题卡 第4页 共6页

绵阳市教育科学研究所 监制

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

数学答题卡 第5页 共6页

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

数学答题卡 第6页 共6页

深圳市海云天科技股份有限公司设计 SY 11123335
Copyright © 2011 SeaskyLight D