

秘密★启用前（考试时间：2026年1月26日下午15:00—17:00）

2025级高一上学期教学质量监测

数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5, 6\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{3, 5\}$ B. $\{3, 6\}$ C. $\{5, 6\}$ D. $\{1, 3, 5, 6, 7\}$

【答案】A

【命题立意】改编自必修一 P12T1，考查集合的基本运算，考查运算求解能力。

2. 角 α 终边上有一点 $P(1, -3)$, 则 $\cos \alpha =$

- A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$

【答案】B

【命题立意】改编自必修一 P179 页例 2，考查三角函数的定义，考查运算求解能力。

3. 设命题 $p: a > b$, $q: a^3 > b^3$, 则 p 是 q 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【命题立意】改编自必修一 P34T5，考查充分必要条件，考查逻辑推理能力。

4. 不等式 $\frac{x-2}{x-1} \geq 2$ 的解集是

- A. $\{x|0 \leq x \leq 1\}$ B. $\{x|x \leq 0\}$ C. $\{x|0 \leq x < 1\}$ D. $\{x|x > 1\}$

【答案】C

【解析】解法 1：原不等式等价于 $\frac{x-2-2x+2}{x-1} \geq 0$, 即 $\frac{-x}{x-1} \geq 0$, 等价于 $x(x-1) \leq 0$ 且 $x \neq 1$, 解得 $0 \leq x < 1$.

解法 2：显然 $x \neq 1$, $x = 2$, 排除 AD, 令 $x = -1$, 不符合题意, 排除 B, 故选 C.

【命题立意】改编自 2025 年全国 II 卷第 4 题, 考查解一元二次不等式, 多想少算.

5. 已知幂函数 $f(x) = (m^2 - m - 5)x^{m^2 - 2m - 5}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 则 $f(2) =$

- A. 4 B. 8 C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

【答案】B

【解析】 $\because f(x)$ 为幂函数, $\therefore m^2 - m - 5 = 1$. $\therefore m = -2$ 或 3

当 $m = -2$ 时, $f(x) = x^3$, 此时函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 符合题意, $f(2) = 8$;

当 $m = 3$ 时, $f(x) = x^{-2}$, 此时函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 不符合题意.

即幂函数 $f(x) = x^3$, 则 $f(2) = 8$, 故选 B.

【命题立意】 改编自必修一 P91T3, 考查幂函数的概念、图象及性质, 考查逻辑推理能力、运算求解能力.

6. 为了保护水资源, 提倡节约用水, 某城市对居民实行“阶梯水价”. 计费方法如下表:

每户每月用水量	水价
不超过 $12 m^3$ 的部分	3 元/ m^3
超过 $12 m^3$ 但不超过 $18 m^3$ 的部分	6 元/ m^3
超过 $18 m^3$ 的部分	9 元/ m^3

若居民甲本月交纳的水费为 54 元, 居民乙本月交纳的水费为 90 元, 则居民甲本月用水量比居民乙本月用水量少

- A. $25m^3$ B. $20m^3$ C. $15m^3$ D. $5m^3$

【答案】D

【解析】 设用户每月用水量为 xm^3 , 缴纳的水费为 y 元,

则当 $0 \leq x \leq 12$ 时, $y = 3x$;

当 $12 < x \leq 18$ 时, $y = 36 + 6(x - 12) = 6x - 36 \times 12 + 6(x - 12) = 6x - 36$;

当 $x > 18$ 时, $y = 3 \times 12 + 6 \times 6 + 9(x - 18) = 9x - 90$.

$$\text{故有 } y = \begin{cases} 3x, & 0 \leq x \leq 12 \\ 6x - 36, & 12 < x \leq 18 \\ 9x - 90, & x > 18 \end{cases}$$

$\because 36 < 54 < 72$, \therefore 令 $6x - 36 = 54$, 得 $x = 15$. 即居民甲本月用水量为 $15m^3$.

$\because 90 > 72$, \therefore 令 $9x - 90 = 90$, 得 $x = 20$. 即居民乙本月用水量为 $20m^3$.

居民甲本月用水量比居民乙本月用水量少 $20 - 15 = 5m^3$.

【命题立意】 改编自必修一 P96T3, 考查利用分段函数模型解决实际问题等知识点, 考查逻辑推理, 数学运算, 直观想象等数学核心素养.

7. 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减, 若 $f(\log_3 m) < f(2)$, 则实数 m 的取值范围为

- A. $(-\infty, 9)$ B. $(0, 9)$
C. $(0, \frac{1}{9}) \cup (9, +\infty)$ D. $(\frac{1}{9}, 9)$

【答案】D

【解析】 \because 定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减, 则 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增,

即 $|\log_3 m| < 2$, 即 $-2 < \log_3 m < 2$, 解得 $\frac{1}{9} < x < 9$, \therefore 实数 m 的取值范围为 $(\frac{1}{9}, 9)$.

【命题立意】 改编自必修一 P87T12, 考查函数奇偶性、单调性, 对数函数的图象及性质, 考查逻辑推理能力、运算求解能力.

8. 已知 $a = 0.25^{0.6}$, $b = \log_7 3$, $c = \frac{1}{\log_{0.3} 0.5}$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $b < a < c$ B. $a < b < c$ C. $a < c < b$ D. $c < b < a$

【答案】B

【解析】 $a = 0.25^{0.6} < 0.25^{0.5} = \frac{1}{2}$, $b = \log_7 3 > \log_9 3 = \frac{1}{2}$ 且 $b = \log_7 3 < 1$, $c = \log_{0.5} 0.3 > \log_{0.5} 0.5 = 1$, $\therefore a < b < c$.

【命题立意】 改编自必修一 P141T13, 考查对数函数的运算及性质, 考查逻辑推理能力、运算求解能力、数学建模能力.

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。

9. 对于函数 $f(x) = \sin 2x$ 和 $g(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{4})$ ，下列说法正确的是

- A. $f(x)$ 和 $g(x)$ 有相同的最大值
- B. $f(x)$ 和 $g(x)$ 有相同的最小正周期
- C. $f(x)$ 和 $g(x)$ 有相同的对称轴
- D. 把 $y = g(x)$ 图象向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度后得到函数 $y = f(x)$ 图象

【答案】ABD

【命题立意】改编自2024年新高考二卷，考查三角函数的图象和性质，考查逻辑推理能力、运算求解能力。

10. 已知正实数 m, n 满足 $m + n = 1$ ，则下列说法正确的是

- A. mn 的最大值是 $\frac{1}{4}$
- B. $m^2 + n^2$ 的最大值是 $\frac{1}{2}$
- C. $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的最小值是 4
- D. $\sqrt{m} + \sqrt{n}$ 的最大值是 $\sqrt{2}$

【答案】ACD

【解析】选项A：因为 $mn \leq (\frac{m+n}{2})^2 = \frac{1}{4}$ ，当且仅当 $m = n = \frac{1}{2}$ 时，等号成立，故A正确。

选项B：因为 $m^2 + n^2 \geq \frac{(m+n)^2}{2} = \frac{1}{2}$ ，当且仅当 $m = n = \frac{1}{2}$ 时，等号成立，故B错误；

选项C：因为 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{m+n}{m} + \frac{m+n}{n} = 2 + \frac{n}{m} + \frac{m}{n} \geq 2 + 2\sqrt{\frac{n}{m} \cdot \frac{m}{n}} = 4$ ，当且仅当 $\frac{n}{m} = \frac{m}{n}$ ，即 $m = n = \frac{1}{2}$ 时，等号成立，故C正确；

选项D：因为 $\frac{(\sqrt{m} + \sqrt{n})^2}{2} \leq m + n = 1$ ，即 $\sqrt{m} + \sqrt{n} \leq \sqrt{2}$ ，当且仅当 $m = n = \frac{1}{2}$ 时，等号成立，故D正确；故选：ACD。

【命题立意】改编自必修一P45例2，考查基本不等式及其应用，考查逻辑推理能力、运算求解能力。

11. 我们知道，函数 $y = f(x)$ 的图象关于坐标原点成中心对称图形的充要条件是函数 $y = f(x)$ 为奇函数，有同学发现可以将其推广为：函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $P(a, b)$ 成中心对称图形的充要条件是函数 $y = f(x+a) - b$ 为奇函数。已知函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 9$ ，则下列结论正确的有

- A. 函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{3}{2}$ 对称
- B. 函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $(1, 8)$ 成中心对称图形
- C. $f(-2023) + f(-2024) + f(2025) + f(2026) = 16$
- D. 若函数 $g(x) = \frac{8x-7}{x-1}$ 的图象与函数 $y = f(x)$ 的图象有 n 个交点，记为 $A_i(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, n)$ ，则 $x_1 + x_2 + \dots + x_n = n$

【答案】BD

【解析】对于A， $\because f(0) = 9, f(3) = 12, f(0) \neq f(3)$ ， \therefore 函数 $f(x)$ 的图象不关于直线 $x = \frac{3}{2}$ 对称，故A选项错误；

对于B， $\because y = f(x+1) - 8 = (x+1)^3 - 3(x+1)^2 + (x+1) + 9 - 8 = x^3 - 2x$ 为奇函数， \therefore 函数

$f(x)$ 的图象关于点 $(1, 8)$ 成中心对称图形, 故 B 选项正确;

对于 C , 由 B 选项可知 $y = f(x+1) - 8$ 为奇函数, $\therefore f(x+1) - 8 + f(-x+1) - 8 = 0$,

$\therefore f(x+1) + f(-x+1) = 16$. 令 $x = 2025$, $f(2026) + f(-2024) = 16$; 令 $x = 2024$, $f(2025) + f(-2023) = 16$, $\therefore f(-2023) + f(-2024) + f(2025) + f(2026) = 32$, 故 C 选项错误;

对于 D , 函数 $g(x) = \frac{8x-7}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 8$, 其图象关于点 $(1, 8)$ 对称, 函数 $f(x)$ 的图象也关于点 $(1, 8)$ 对称, $\therefore g(x)$ 与 $f(x)$ 的图象的 n 个交点也关于点 $(1, 8)$ 对称, 又函数 $g(x)$ 不经过点 $(1, 8)$,

$\therefore n$ 为偶数则 $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 2 \times \frac{n}{2} = n$. 故 D 选项正确.

故选 BD .

【命题立意】 本题改编自教材 P₈₇ 第 13 题, 考查函数的奇偶性, 对称性, 图象的交点等知识点, 考查化归与转化, 数形结合等数学思想, 考查数据分析, 逻辑推理, 数学运算, 直观想象等数学核心素养.

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 若 $\alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$, $\tan \alpha = \frac{3}{4}$, 则 $\sin \alpha =$ _____.

【答案】 $-\frac{3}{5}$

【命题立意】 改编自必修一 P185T6, 考查同角三角函数的基本关系, 考查运算求解能力.

13. 能够说明“设 a, b, c 是任意实数. 若 $a > b > c$, 则 $a + b > c$ ”是假命题的一组实数 a, b, c 的值依次为 _____.

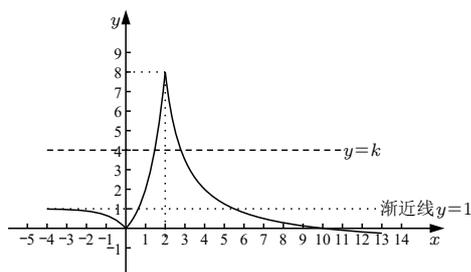
【答案】 $-1, -2, -3$ (答案不唯一, 但必须满足 $a < 0$)

【命题立意】 改编自必修一 P41 性质 5, 考查不等式的性质, 考查逻辑推理能力, 创新思维.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x - 1, & x \leq 2 \\ \frac{10-x}{x-1}, & x > 2 \end{cases}$, 若方程 $f(x) - k = 0$ 有 2 个实数根, 则实数 k 的取值范围是 _____.

【答案】 $\{0\} \cup [1, 8)$

【解析】 由题意, 方程 $f(x) - k = 0$ 有 2 个实数根, 即 $y = f(x)$ 与 $y = k$ 有 2 个交点, $f(x)$ 图象如下图所示:



$\therefore k$ 的取值范围是 $\{0\} \cup [1, 8)$.

【命题立意】 改编自必修一 P160T4, 考查分段函数、指数函数的图象及性质、函数模型的应用、函数零点与方程解的关系, 考查逻辑推理能力、运算求解能力、数学建模能力.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤.

15. (13 分)

已知集合 $A = \{x | a - 1 < x < 2a + 1\}$, $B = \{x | 1 < x < 2\}$.

(1) 若 $a = 1$ 时, 求 ${}_R(A \cup B)$;

(2) 若 $A \cap B = B$, 求实数 a 的取值范围.

【答案】(1) 当 $a = 1$ 时, $A = \{x | 0 < x < 3\}$, 2分

则 $A \cup B = \{x | 0 < x < 3\}$, 4分

所以 $\complement_{\mathbb{R}}(A \cup B) = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 3\}$ 6分

(2) 因为 $A \cap B = B$, 则 $B \subseteq A$ 8分

所以 $\begin{cases} a-1 \leq 1 \\ 2a+1 \geq 2 \end{cases}$, 10分

解得 $\frac{1}{2} \leq a \leq 2$ 13分

【命题立意】 改编自必修一 P9T5, 考查集合的基本运算和基本关系, 考查逻辑推理能力、运算求解能力.

16. (15分)

某科研单位的研究人员对某种细菌的繁殖情况进行了研究, 在培养皿中放入了一定数量的细菌, 经过 1 小时细菌的数量变为 4 个, 经过 2 小时细菌的数量变为 10 个, 经过 3 小时细菌的数量变为 22 个. 现该细菌数量 y (单位: 个) 与经过时间 x ($x \in \mathbb{N}$, 单位: 小时) 的关系有以下两个函数模型可供选择: ① $y = ka^x + b$ ($k > 0, a > 1$), ② $y = p\sqrt{x} + q$ ($p > 0$).

(1) 判断哪个函数模型更合适, 请说明理由并求出该模型的解析式;

(2) 预计经过 t 个小时该细菌的数量不少于 3070 个, 求 t 的最小值.

【答案】(1) 由题可知, 第 1 小时细菌增量为 4 个, 第 2 小时细菌增量为 6 个, 第 3 小时细菌增量为 12 个, 增长速度越来越快, 符合指数函数模型特征, 所以选择模型①. 3分

将数据代入 $y = ka^x + b$ ($k > 0, a > 1$) 可得 $\begin{cases} 4 = ka + b \\ 10 = ka^2 + b \\ 22 = ka^3 + b \end{cases}$ 5分

解得 $\begin{cases} k = 3 \\ a = 2 \\ b = -2 \end{cases}$ 8分

\therefore 函数为 $y = 3 \cdot 2^x - 2$ ($x \in \mathbb{N}$). 10分

(2) 由 (1) 知 $3 \cdot 2^t - 2 \geq 3070$, 得 $t \geq 10$, 故 t 的最小值为 10. 15分

【命题立意】 改编自必修一 P156T14, 考查指数运算、指数函数图象及性质、指数函数模型的应用, 考查逻辑推理能力、数学建模能力、运算求解能力.

17. (15分)

(1) 从 $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$ 出发, 结合诱导公式推导出 $\tan(\alpha + \beta)$ 的公式;

(2) 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\tan\alpha + \tan\beta = 3$, $\tan\alpha\tan\beta = \sqrt{3} + 1$, 求 $\alpha + \beta$.

【答案】(1) $\because \alpha + \beta = \alpha - (-\beta)$,
 $\therefore \cos(\alpha + \beta) = \cos[\alpha - (-\beta)] = \cos\alpha\cos(-\beta) + \sin\alpha\sin(-\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ 2分

由诱导公式得 $\sin(\alpha + \beta) = \cos[\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta)] = \cos[(\frac{\pi}{2} - \alpha) - \beta] = \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)\cos\beta + \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)\sin\beta$
 $= \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ 4分

$\therefore \tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}$, 6分

分子分母同时除以 $\cos\alpha\cos\beta$, 可得: $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$ 8分

(2) 由题意的 $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta} = \frac{3}{1 - (\sqrt{3} + 1)} = -\sqrt{3}$ 10分

$\because \alpha \in (0, \frac{\pi}{2}), \beta \in (0, \frac{\pi}{2}), \therefore \alpha + \beta \in (0, \pi)$12分

又 $\because \tan(\alpha + \beta) = -\sqrt{3} < 0$,

$\therefore \alpha + \beta = \frac{2\pi}{3}$15分

【命题立意】 本题改编自必修一 P218 探究，考查三角恒等变形公式的内在联系，考查逻辑推理能力、运算求解能力.

18. (17分)

已知 $f(x) = \frac{\cos(2x - \frac{\pi}{2})\cos(\pi + 2x)}{\sin(\frac{5\pi}{2} + 2x)}$.

(1) 化简 $f(x)$;

(2) 设 $g(x) = f(x) + \sqrt{3}(\cos^4 x - \sin^4 x) + 1$, 求 $g(x)$ 的单调递增区间;

(3) 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, $g(x) = a$ 有两解, 求 a 的取值范围.

【答案】 (1) 由诱导公式得:

$$f(x) = \frac{\cos(2x - \frac{\pi}{2})\cos(\pi + 2x)}{\sin(\frac{5\pi}{2} + 2x)} = \frac{\sin 2x \cdot (-\cos 2x)}{\cos 2x} = -\sin 2x. \quad \dots\dots 4 \text{分}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad g(x) &= -\sin 2x + \sqrt{3}(\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x) + 1 \\ &= -\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x + 1. \quad \dots\dots 6 \text{分} \\ &= -2\sin(2x - \frac{\pi}{3}) + 1. \quad \dots\dots 8 \text{分} \end{aligned}$$

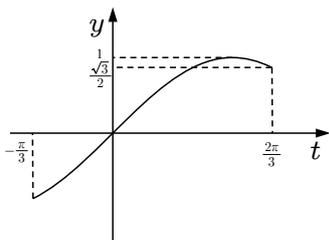
$$\because \frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\because \frac{5\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{11\pi}{12} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$\therefore g(x)$ 单调递增区间为 $[\frac{5\pi}{12} + k\pi, \frac{11\pi}{12} + k\pi] \quad (k \in \mathbb{Z})$10分

(3) 问题等价于 $\sin(2x - \frac{\pi}{3}) = \frac{1-a}{2}$ 有两解.11分

$\because x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\therefore t = 2x - \frac{\pi}{3} \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$12分



由图可知: $\frac{1-a}{2} \in [\frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$15分

解得 $a \in (-1, 1 - \sqrt{3}]$17分

【命题立意】 改编自课本 P255T20, 考查诱导公式、二倍角公式、同角三角函数基本关系、三角函数的图象及性质, 考查运算求解能力、逻辑推理能力.

19. (17分)

函数 $f(x) = 2 - \frac{m}{e^x - 1}$, ($m \in \mathbb{R}$).

(1) 若函数 $f(x)$ 为奇函数, 求 m 的值;

(2) 当 $m \neq 0$ 时, 探索函数 $f(x)$ 的单调性并用定义证明;

(3) 当 $m = -8$ 时, 不等式 $f(x) \geq ke^{-x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 求 k 的取值范围.

【答案】(1) 依题意可得 $e^x - 1 \neq 0$, 解得 $x \neq 0$,

\therefore 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 关于原点对称.

\therefore 函数 $f(x)$ 为奇函数, 则 $f(-x) = -f(x)$,

$$\therefore 2 - \frac{m}{e^{-x}-1} = -2 + \frac{m}{e^x-1}. \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\therefore 4 = \frac{m}{e^x-1} + \frac{m}{e^{-x}-1} = \frac{m}{e^x-1} + \frac{me^x}{1-e^x} = \frac{m(1-e^x)}{e^x-1} = -m.$$

$$\therefore m = -4. \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

(2) 任取 $x_1, x_2 \in (-\infty, 0)$, 且 $x_1 < x_2$,

$$\text{则 } f(x_1) - f(x_2) = 2 - \frac{m}{e^{x_1}-1} - 2 + \frac{m}{e^{x_2}-1} = \frac{m(e^{x_1}-e^{x_2})}{(e^{x_1}-1)(e^{x_2}-1)}. \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$\therefore y = e^x$ 为增函数, 且 $x_1 < x_2, \therefore e^{x_1} < e^{x_2}, \therefore e^{x_1} - e^{x_2} < 0$

$\therefore x_1, x_2 \in (-\infty, 0), \therefore e^{x_1} - 1 < 0, e^{x_2} - 1 < 0$

$$\therefore \frac{e^{x_1}-e^{x_2}}{(e^{x_1}-1)(e^{x_2}-1)} < 0. \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

当 $m > 0$ 时, $f(x_1) - f(x_2) = \frac{m(e^{x_1}-e^{x_2})}{(e^{x_1}-1)(e^{x_2}-1)} < 0$, 即 $f(x_1) < f(x_2)$

此时 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数. $\dots\dots\dots 7 \text{分}$

当 $m < 0$ 时, $f(x_1) - f(x_2) = \frac{m(e^{x_1}-e^{x_2})}{(e^{x_1}-1)(e^{x_2}-1)} > 0$, 即 $f(x_1) > f(x_2)$

此时 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数. $\dots\dots\dots 8 \text{分}$

同理可证, 当 $m > 0$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数;

当 $m < 0$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数. $\dots\dots\dots 9 \text{分}$

综上所述, 当 $m > 0$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 和 $(0, +\infty)$ 上是增函数;

当 $m < 0$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 和 $(0, +\infty)$ 上是减函数. $\dots\dots\dots 10 \text{分}$

$$(3) \text{ 当 } m = -8 \text{ 时, } f(x) = 2 + \frac{8}{e^x-1},$$

不等式 $f(x) \geq ke^{-x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 即 $2 + \frac{8}{e^x-1} \geq ke^{-x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立,

$$\therefore e^x > 1 > 0$$

$$\therefore 2e^x + \frac{8e^x}{e^x-1} \geq k \text{ 在 } (0, +\infty) \text{ 上恒成立. } \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

$$\text{令 } g(x) = 2e^x + \frac{8e^x}{e^x-1},$$

$$\therefore k \leq g(x)_{\min}$$

$$g(x) = 2e^x + \frac{8e^x}{e^x-1} = 2(e^x-1) + \frac{8(e^x-1)+8}{e^x-1} + 2$$

$$= 2(e^x-1) + \frac{8}{e^x-1} + 10. \dots\dots\dots 14 \text{分}$$

$$\therefore e^x - 1 > 0,$$

$$\therefore g(x) = 2(e^x-1) + \frac{8}{e^x-1} + 10 \geq 2\sqrt{2(e^x-1)} \cdot \frac{8}{e^x-1} + 10 = 18. \dots\dots\dots 16 \text{分}$$

当且仅当 $2(e^x-1) = \frac{8}{e^x-1}$ 即 $x = \ln 3$ 时取等号

$$\therefore k \leq g(x)_{\min} = 18.$$

故 k 的取值范围为 $(-\infty, 18]$. $\dots\dots\dots 17 \text{分}$

【命题立意】 改编自必修一 P161T12, 考查函数的奇偶性, 单调性, 最值, 基本不等式等知识点, 考查化归与转化等数学思想, 考查数学抽象, 逻辑推理, 数学运算等数学核心素养.