学校________ 班级________ 姓名________ 考号________

密封线内不要答题

高一数学试题

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容：人教 A 版必修第一册前四章占 20%，必修第一册第五章、必修第二册第六章、第七章占 80%。

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U=\{x\in\mathbf{N}^*\mid x<6\}$，集合 $A=\{1,3\}$，$B=\{2,3,4\}$，则 $A\cap(\complement_U B)=$

A. $\{1\}$　　B. $\{3\}$　　C. $\varnothing$　　D. $\{1,3\}$

2. 若复数 $z=\dfrac{i^2}{2+3i}$，则 $z=$

A. $\dfrac{2}{13}+\dfrac{3}{13}i$　　B. $\dfrac{2}{13}-\dfrac{3}{13}i$

C. $-\dfrac{2}{13}+\dfrac{3}{13}i$　　D. $-\dfrac{2}{13}-\dfrac{3}{13}i$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-2,7)$，$\boldsymbol{b}=(m^2-5,m+15)$，且 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则 $m=$

A. 1 或 $-\dfrac{7}{5}$　　B. 1 或 $-\dfrac{5}{7}$　　C. -1 或 $\dfrac{7}{5}$　　D. -1 或 $\dfrac{5}{7}$

4. 若 $\tan(\theta-3\pi)=\dfrac{5}{2}$，则 $\dfrac{\sin(\pi+\theta)+\cos(\pi-\theta)}{\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)+2\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)}=$

A. $-\dfrac{7}{12}$　　B. $-\dfrac{3}{8}$　　C. $-\dfrac{7}{8}$　　D. $-\dfrac{1}{4}$

5. 某火锅店开张第一周进店消费的人数逐日增加，设第 $x(1\leqslant x\leqslant 7,x\in\mathbf{N})$ 天进店消费的人数为 y，且 y 与 $[\dfrac{7^x}{x^3+3^x}]$（$[t]$ 表示不大于 t 的最大整数）成正比，假设第 2 天有 6 人进店消费，则第 3 天进店消费的人数为

A. 12　　B. 15　　C. 18　　D. 20

6. “$|\tan\alpha|=\dfrac{1}{2}$”是“$|\log_3\tan(\alpha+\dfrac{\pi}{4})|=1$”的

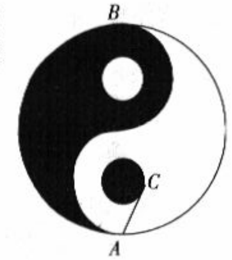
A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. 如图，在太极图中，大圆半径是小圆半径的 6 倍，A,B 分别为太极图中的最低点和最高点，过 A 作黑色小圆的切线，切点为 C，则向量 $\overrightarrow{AB}$ 在向量 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影向量为



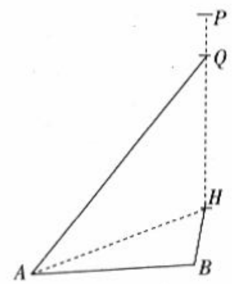
A. $6\overrightarrow{AC}$

B. $4\overrightarrow{AC}$

C. $4\sqrt{2}\ \overrightarrow{AC}$

D. $3\sqrt{2}\ \overrightarrow{AC}$

8. 位于四川省乐山市的乐山大佛，又名“凌云大佛”，是世界文化与自然双重遗产之一. 如图，已知 PH 为佛像全身高度，PQ 为佛身头部高度（PQ 约为 15 米）. 某人为测量乐山大佛的高度，选取了与佛像底部在同一水平面上的两个测量基点 A,B，测得 $AB=40$ 米，$BH=20$ 米，$\angle ABH=108^\circ$，在点 A 处测得点 Q 的仰角为 48.24°，则佛像全身高度约为



（参考数据：取 $\tan 48.24^\circ=1.12$，$\cos 108^\circ=-0.31$，$\sqrt{39}=6.25$）

A. 56 米　　B. 69 米　　C. 71 米　　D. 73 米

二、选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,\lambda)$，$\boldsymbol{b}=(-3,\lambda+1)$，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 λ 的值可能为

A. 2　　B. -2　　C. 3　　D. -3

10. 若复数 z 满足 $z+2\bar{z}=1+i$，则

A. z 的实部为 $\dfrac{1}{3}$　　B. z 的虚部为 1

C. $z\cdot\bar{z}=\dfrac{10}{9}$　　D. $5z+\bar{z}=2-3i$

11. 在△ABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，下列命题是真命题的是

A. 若 $a\cos B=b\cos A$，则△ABC 为等腰三角形

B. 若 $B=\dfrac{\pi}{4}$，$c=\sqrt{2}$，$b=\dfrac{6}{5}$，则△ABC 只有一解

C. 若 $b\cos A+(a-2c)\cos B=0$，则 $B=\dfrac{\pi}{3}$

D. 若△ABC 为锐角三角形，则 $(a^2+b^2-c^2)\sin A>(a^2+b^2-c^2)\cos B$

12. 设符号函数 $\operatorname{sgn}(x)=\begin{cases}-1,x<0,\\0,x=0,\\1,x>0,\end{cases}$ 已知函数 $f(x)=\operatorname{sgn}(x+\pi)\sin x+\cos(x+\pi)$，则

A. $f(x)$ 的最小正周期为 2π

B. $f(x)$ 在 $[-2\pi,0]$ 上的最大值为 1

C. $f(x-\pi)$ 是偶函数

D. 函数 $g(x)=2f(x)-1$ 在 $[-3\pi,2\pi]$ 上有 6 个零点

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 将函数 $y=\cos(\frac{x}{4}+\frac{1}{2})$ 的图象向左平移 1 个单位长度后，得到 $y=f(x)$ 的图象，则 $f(x)=$ ____▲____；将 $f(x)$ 图象上每个点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{4}$，纵坐标不变，得到 $y=g(x)$ 的图象，则 $g(x)=$ ____▲____.（本题第一空 3 分，第二空 2 分）

14. 古代文人墨客与丹青手都善于在纸扇上题字题画，题字题画的扇纸多为扇环. 已知某纸扇的扇环如图所示，其中外弧线长与内弧线长之和为 95 cm，连接外弧与内弧的两端的线段长均为 $\frac{50}{3}$ cm，且该扇形的中心角的弧度数为 2.7，则该扇环的外弧线长为____▲____.

15. 已知函数 $f(x)=(\frac{x}{x+1}+\frac{x}{x-1})(2^x-2^{-x}+1-\frac{1}{x^2})$，且 $f(a)=3$，则 $f(-a)=$____▲____.

16. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2,|\boldsymbol{b}|=1,|\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b}|=\lambda$，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}>1$，则 λ 的取值范围是____▲____.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

已知复数 $z_1=1+m\mathrm{i}(m\in\mathbf{R})$ 满足 $z_1(2-\mathrm{i})$ 为纯虚数.

(1)求 $|z_1|$；

(2)若复数 $z_2=z_1(n+\mathrm{i}^3)(n\in\mathbf{R})$ 在复平面内对应的点位于第三象限，求 n 的取值范围.

18.（12 分）

已知向量 $\overrightarrow{AB}=(\sin\alpha,\cos\alpha)$，$\overrightarrow{AC}=(\sin\alpha,-\tan\alpha)$.

(1)求 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 的最小值，并求此时 α 的取值集合；

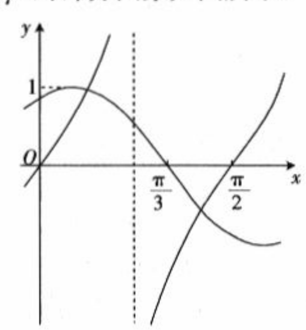
(2)设锐角 α 满足 $\tan 2\alpha=-\frac{24}{7}$，求 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的值.

19.（12 分）

已知 $A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi$，函数 $f(x)=\tan\omega x$，$g(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图象如图所示.

(1)求 $f(x)$，$g(x)$ 的解析式；

(2)求函数 $y=g(2Ax)$ 的单调递减区间.



20.（12 分）

在平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{DE}=7\overrightarrow{EC}$，$\overrightarrow{BF}=4\overrightarrow{FC}$.

(1)试用 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AD}$ 表示 $\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{AF}$；

(2)若四边形 $ABCD$ 的面积为 $2\sqrt{15}$，$\cos\angle BAD=\frac{1}{4}$，求 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{FC}\cdot\overrightarrow{EA}$ 的最大值.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=\lg\sqrt[4]{x}$，$g(x)=\log_2(ax+1)$.

(1)若函数 $y=1-g(x)$ 在 $[1,2]$ 内有唯一零点，求 a 的取值范围.

(2)设函数 $\phi(x)$ 的最大值、最小值分别为 M,m，记 $D[\phi(x)]=M-m$. 设 $a=2$，函数 $\varphi(x)=g(x)-\log_2 x$，当 $x\in[1,t_1]$，$t_2\in[\frac{1}{10},10]$ 时，$D[\varphi(x)]>D[f(t_2)]$ 恒成立，求 t_1 的取值范围.

22.（12 分）

已知 CD 为 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的中线，$AD=1$，$\angle BCD=\frac{1}{2}\angle CAD$.

(1)若 $BC=2$，求 CD 的长；

(2)若 $CD=\sqrt{2}AD$，求 AC^2+BC^2 的值及 AC^3+4AC^2-AC 的值.