

# 峨眉二中高 2024 级高一下期 3 月考数学试卷

命题人：黄松

审题人：张远成

本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

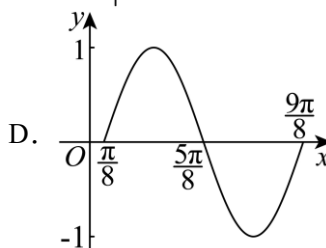
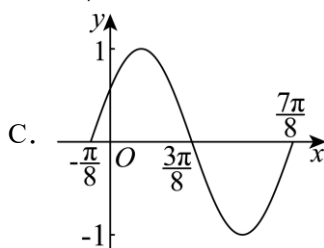
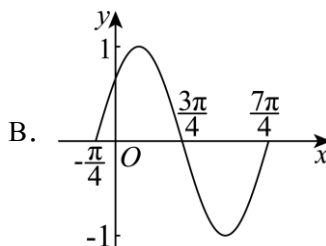
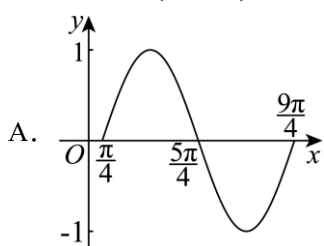
注意事项：

1. 答题前，务必将自己的姓名、班级和准考证号填写在答题卡规定的位置上，条码要粘贴在条码框内。
2. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时，必须使用 0.5 毫米黑色笔迹的签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上
4. 所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后，只将答题卡交回。

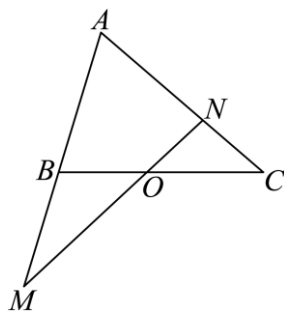
一、单选题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。只有一项是符合题目要求的。）

1. 已知非零向量  $\overline{AB}$  与  $\overline{CD}$  共线，下列说法正确的是（ ）  
A.  $\overline{AC}$  与  $\overline{BD}$  共线  
B.  $\overline{AC}$  与  $\overline{BD}$  不共线  
C. 若  $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$ ，则  $\overline{AB} = \overline{CD}$   
D. 若  $|\overline{AB}| = 1$ ，则  $\overline{AB}$  是一个单位向量
2. 已知角  $\theta$  的终边经过点  $(\sqrt{2}, -1)$ ，则  $\sin\theta =$ （ ）  
A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$   
B.  $-\frac{\sqrt{6}}{3}$   
C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
D.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
3. 已知单位向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = -\frac{4}{5}$ ，则  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ （ ）  
A.  $\frac{1}{2}$   
B.  $\frac{1}{3}$   
C.  $\frac{1}{5}$   
D.  $\frac{1}{4}$
4. 已知  $\vec{a} = (1, -1), \vec{b} = (1, 3)$ ，则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  上的投影向量为（ ）  
A.  $(-\frac{1}{5}, -\frac{3}{5})$   
B.  $(\frac{1}{5}, \frac{3}{5})$   
C.  $(-\frac{\sqrt{10}}{5}, -\frac{3\sqrt{10}}{5})$   
D.  $(\frac{\sqrt{10}}{5}, \frac{3\sqrt{10}}{5})$
5. 已知  $\{\vec{i}, \vec{j}\}$  为一组标准正交基， $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ ， $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ ，则  $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$  在基  $\{\vec{i}, \vec{j}\}$  下的坐标为（ ）  
A.  $(-1, 2)$   
B.  $(1, -2)$   
C.  $(-1, -2)$   
D.  $(1, 2)$
6. 已知  $\tan\alpha = -2$ ，则  $\frac{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) - \sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha)} =$ （ ）  
A.  $-\frac{2}{3}$   
B.  $\frac{2}{3}$   
C.  $-2$   
D.  $2$

7. 函数  $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$  在一个周期内的图象可以是 ( )



8. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $O$  是  $BC$  的中点, 过点  $O$  的直线分别交直线  $AB$ ,  $AC$  于不同的两点  $M, N$ , 若  $\overrightarrow{AB} = m\overrightarrow{AM}$ ,  $\overrightarrow{AC} = n\overrightarrow{AN}$ ,  $m > 0, n > 0$ , 则  $\frac{2}{m} + \frac{8}{n}$  的最小值 ( )



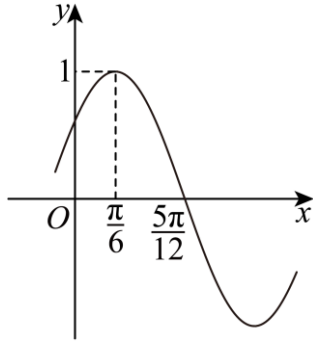
- A. 2                      B. 8                      C. 9                      D. 18

二、多选题 (本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 6 分, 部分选对得部分分, 有选错的得 0 分.)

9. 下列各组向量中, 不可以作为基底的是 ( )

- A.  $\vec{e}_1 = (0, 0), \vec{e}_2 = (1, 2)$                       B.  $\vec{e}_1 = (-1, 2), \vec{e}_2 = (5, 7)$   
 C.  $\vec{e}_1 = (3, 5), \vec{e}_2 = (6, 10)$                       D.  $\vec{e}_1 = (2, -3), \vec{e}_2 = \left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}\right)$

10. 已知函数  $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示, 则 ( )



A.  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$

B. 当  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  时,  $f(x)$  的值域为  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

C. 将函数  $f(x)$  的图象上所有点的横坐标伸长为原来的 2 倍, 纵坐标不变, 得到的函数图象关于点  $\left(\frac{5\pi}{6}, 0\right)$  对称

D. 将函数  $f(x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度可得函数  $g(x) = \sin 2x$  的图象

11. 已知函数  $f(x) = \cos 2x - a(2\cos x - 1) - \cos x + 1$ , 则下列结论正确的是 ( )

A.  $f(x)$  的图象关于直线  $x = \pi$  对称

B. 若  $f(x)$  在  $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$  上恰有三个零点, 则  $a$  的取值范围是  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

C. 当  $a = \frac{1}{2}$  时,  $f(x)$  在  $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$  上单调递增

D. 若  $f(x)$  在  $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$  上的最小值为  $M$ , 则  $M \leq 0$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知  $\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{1}{3}$ , 则  $\sin \alpha \cos \alpha =$  \_\_\_\_\_.

13. 已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (-2, k)$ , 若  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则实数  $k$  的值为\_\_\_\_\_.

14. 若平面有不共线的五点  $A, B, C, D, O$ , 记  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$ ,  $\vec{OD} = -\vec{d}$ , 满足  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ,  $\vec{c} = \lambda\vec{a} + (2-\lambda)\vec{b} (\lambda \in \mathbb{R})$ ,  $|\vec{d} + 4\vec{b}| = \sqrt{2}$ , 则  $|\vec{c} + \vec{d}|$  的最小值为\_\_\_\_\_.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

已知  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{5}$ .

(1) 求  $\sin 2\theta$  的值；

(2) 若  $\theta \in (0, \pi)$ ，求  $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta$  的值.

16. (15 分)

设  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  是两个不共线的向量，已知  $\vec{AB} = 2\vec{e}_1 - 8\vec{e}_2$ ， $\vec{CB} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ ， $\vec{CD} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ .

(1) 求证：A, B, D 三点共线；

(2) 若  $\vec{BF} = 3\vec{e}_1 - k\vec{e}_2$ ，且  $\vec{BF} \parallel \vec{BD}$ ，求实数  $k$  的值.

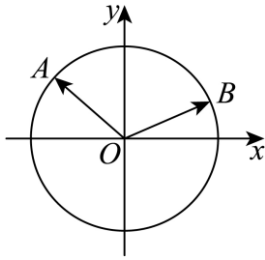
17. (15 分)

已知函数  $f(x) = 2\sqrt{3} \sin x \cos x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + a$ .

(1) 求  $f(x)$  的最小正周期；

(2) 当  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  时，若  $f(x)$  的最大值为 3，求  $a$  的值.

18. (17 分) 如图，点 A、B 分别是角  $\alpha$ 、 $\beta$  的终边与单位圆的交点， $0 < \beta < \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .



(1) 若  $\alpha = \frac{3}{4}\pi$ ， $\cos(\alpha - \beta) = \frac{2}{3}$ ，求  $\sin \beta$  的值；

(2) 证明角  $\alpha$ 、 $\beta$  在上述范围下的两角差的余弦公式，即

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta.$$

19. (17 分) 在锐角  $\triangle ABC$  中， $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $a = \sqrt{2}$ ，点  $O$  为  $\triangle ABC$  的外心.

(1) 求证： $\vec{OA} + \sin 2B \cdot \vec{OB} - \cos 2B \cdot \vec{OC} = \vec{0}$ ；

(2) 求  $|3\vec{OA} + 2\vec{OB} + \vec{OC}|$  的取值范围.

