秘密★启用前 〔考试时间：2026 年 1 月 26 日下午 15:00－17:00〕

2025 级高一上学期教学质量监测

数 学

（考试时间：120 分钟 试卷总分：150 分）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A=\{1,3,5,7\}$，$B=\{3,5,6\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{3,5\}$　　B. $\{3,6\}$　　C. $\{5,6\}$　　D. $\{1,3,5,6,7\}$

2. 角 α 终边上有一点 $P(1,-3)$，则 $\cos\alpha=$

A. $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$　　B. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$　　C. $-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$　　D. $-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

3. 设命题 $p:a>b$，$q:a^3>b^3$，则 p 是 q 的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 不等式 $\dfrac{x-2}{x-1}\geqslant 2$ 的解集是

A. $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$　　B. $\{x|x\leqslant 0\}$　　C. $\{x|0\leqslant x<1\}$　　D. $\{x|x>1\}$

5. 已知幂函数 $f(x)=(m^2-m-5)x^{m^2-2m-5}$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，则 $f(2)=$

A. 4　　B. 8　　C. $\dfrac{1}{4}$　　D. $\dfrac{1}{8}$

6. 为了保护水资源,提倡节约用水,某城市对居民实行“阶梯水价”. 计费方法如下表:

每户每月用水量	水价
不超过 $12m^3$ 的部分	3 元/m^3
超过 $12m^3$ 但不超过 $18m^3$ 的部分	6 元/m^3
超过 $18m^3$ 的部分	9 元/m^3

若居民甲本月交纳的水费为 54 元,居民乙本月交纳的水费为 90 元,则居民甲本月用水量比居民乙本月用水量少

A. $25m^3$　　B. $20m^3$　　C. $15m^3$　　D. $5m^3$

7. 已知函数 $y=f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,且 $f(x)$在$(-\infty,0]$上单调递减,若 $f(\log_3 m)<f(2)$,则实数 m 的取值范围为

A. $(-\infty,9)$　　B. $(0,9)$

C. $(0,\frac{1}{9})\cup(9,+\infty)$　　D. $(\frac{1}{9},9)$

8. 已知 $a=0.25^{0.6}$, $b=\log_7 3$, $c=\dfrac{1}{\log_{0.3}0.5}$,则 a,b,c 的大小关系为

A. $b<a<c$　　B. $a<b<c$　　C. $a<c<b$　　D. $c<b<a$

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分。

9. 已知函数 $f(x)=\sin 2x$ 和 $g(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{4})$,则

A. $f(x)$和 $g(x)$有相同的最大值

B. $f(x)$和 $g(x)$有相同的最小正周期

C. $f(x)$和 $g(x)$有相同的对称轴

D. 把 $y=g(x)$图象向左平移$\frac{\pi}{8}$个单位长度后得到函数 $y=f(x)$图象

10. 已知正实数 m,n 满足 $m+n=1$,则

A. mn 的最大值是$\frac{1}{4}$　　B. m^2+n^2 的最大值是$\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$的最小值是 4　　D. $\sqrt{m}+\sqrt{n}$的最大值是$\sqrt{2}$

11. 我们知道,函数 $y=f(x)$ 的图象关于坐标原点成中心对称图形的充要条件是函数 $y=f(x)$ 为奇函数,有同学发现可以将其推广为:函数 $y=f(x)$ 的图象关于点 $P(a,b)$ 成中心对称图形的充要条件是函数 $y=f(x+a)-b$ 为奇函数. 已知函数 $f(x)=x^3-3x^2+x+9$,则

A. 函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{3}{2}$ 对称

B. 函数 $y=f(x)$ 的图象关于点 $(1,8)$ 成中心对称图形

C. $f(-2023)+f(-2024)+f(2025)+f(2026)=16$

D. 若函数 $g(x)=\frac{8x-7}{x-1}$ 的图象与函数 $y=f(x)$ 的图象有 n 个交点,记为 $A_i(x_i,y_i)$ $(i=1,2,\cdots,n)$,则 $x_1+x_2+\cdots+x_n=n$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分。

12. 若 $\alpha\in(\pi,\frac{3\pi}{2})$,$\tan\alpha=\frac{3}{4}$,则 $\sin\alpha=$______.

13. 能够说明“设 a,b,c 是任意实数. 若 $a>b>c$,则 $a+b>c$”是假命题的一组实数 a,b,c 的值依次为______.

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}|3^x-1|, x\leqslant 2\\ \frac{10-x}{x-1}, x>2\end{cases}$,若方程 $f(x)-k=0$ 有 2 个实数根,则实数 k 的取值范围是______.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤。

15. (13 分)

已知集合 $A=\{x|a-1<x<2a+1\}$,$B=\{x|1<x<2\}$.

(1)若 $a=1$ 时,求 $\complement_R(A\cup B)$;

(2)若 $A\cap B=B$,求实数 a 的取值范围.

16.（15 分）

某科研单位的研究人员对某种细菌的繁殖情况进行了研究，在培养皿中放入了一定数量的细菌，经过 1 小时细菌的数量变为 4 个，经过 2 小时细菌的数量变为 10 个，经过 3 小时细菌的数量变为 22 个. 现该细菌数量 y（单位：个）与经过时间 x（$x \in N$，单位：小时）的关系有以下两个函数模型可供选择：①$y = ka^x + b\ (k > 0, a > 1)$，②$y = p\sqrt{x} + q\ (p > 0)$.

（1）判断哪个函数模型更合适，请说明理由并求出该模型的解析式；

（2）预计经过 t 个小时该细菌的数量不少于 3070 个，求 t 的最小值.

17.（15 分）

（1）从 $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$ 出发，结合诱导公式推导出 $\tan(\alpha + \beta)$ 的公式；

（2）已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$，$\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$，$\tan\alpha + \tan\beta = 3$，$\tan\alpha\tan\beta = \sqrt{3} + 1$，求 $\alpha + \beta$.

18.（17 分）

已知 $f(x) = \dfrac{\cos(2x - \frac{\pi}{2})\cos(\pi + 2x)}{\sin(\frac{5\pi}{2} + 2x)}$.

（1）化简 $f(x)$；

（2）设 $g(x) = f(x) + \sqrt{3}(\cos^4 x - \sin^4 x) + 1$，求 $g(x)$ 的单调递增区间；

（3）当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时，$g(x) = a$ 有两解，求 a 的取值范围.

19.（17 分）

函数 $f(x) = 2 - \dfrac{m}{e^x - 1}$，$(m \in \mathbf{R})$.

（1）若函数 $f(x)$ 为奇函数，求 m 的值；

（2）当 $m \neq 0$ 时，探索函数 $f(x)$ 的单调性并用定义证明；

（3）当 $m = -8$ 时，不等式 $f(x) \geqslant ke^{-x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立，求 k 的取值范围.