

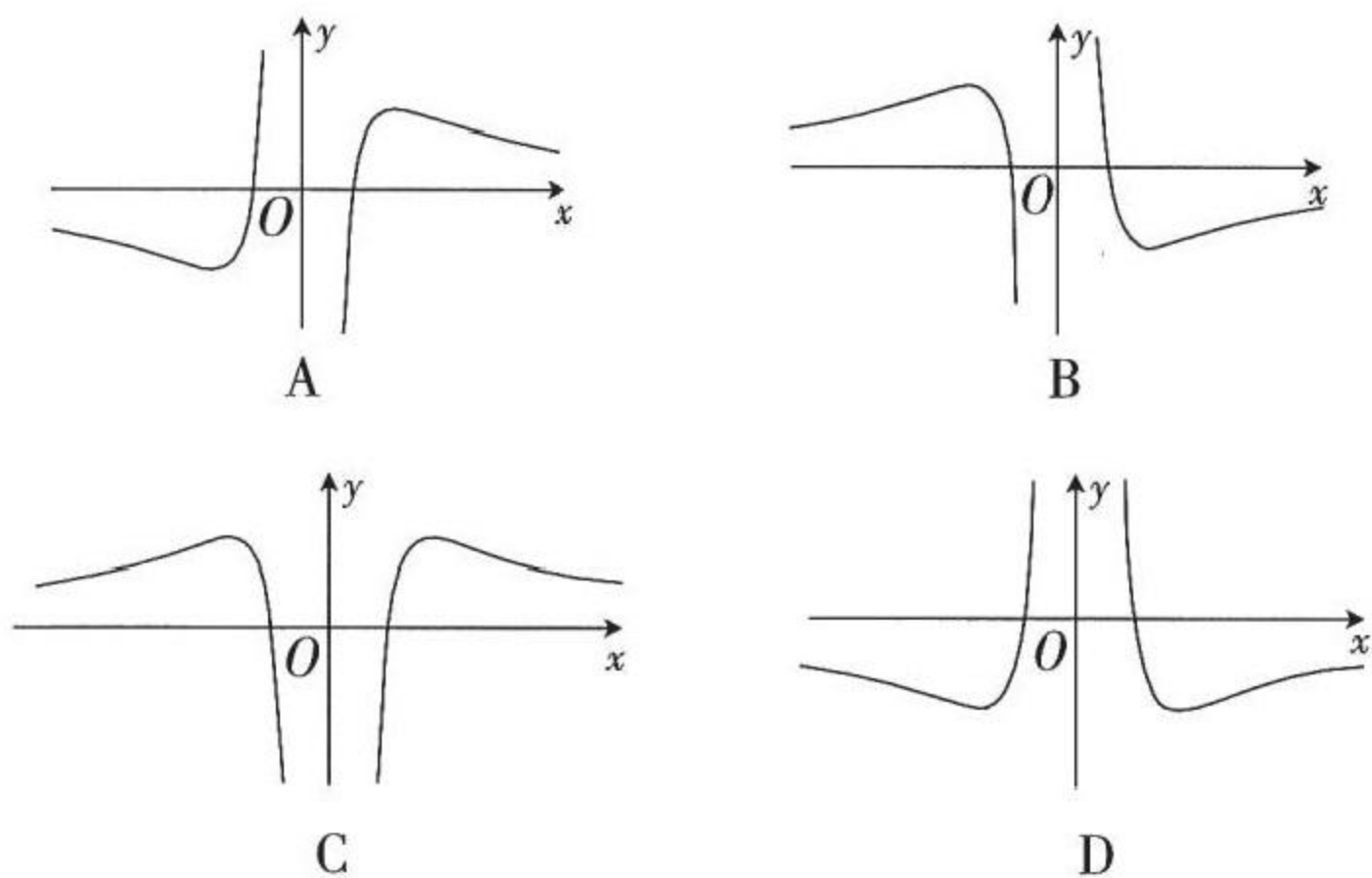
高一数学试题

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教A版必修第一册第一章至第三章第2节。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x - 4 < 0\}$, $B = \{0, 1, 3, 4\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{1, 3\}$ B. $\{1, 3, 4\}$ C. $\{0, 1, 3\}$ D. $\{0, 1, 3, 4\}$
2. 命题“ $\exists x \in (0, 1), x^2 - ax + 2 < 0$ ”的否定是
 A. $\exists x \in (0, 1), x^2 - ax + 2 \geq 0$ B. $\forall x \in (0, 1), x^2 - ax + 2 \geq 0$
 C. $\exists x \notin (0, 1), x^2 - ax + 2 < 0$ D. $\forall x \notin (0, 1), x^2 - ax + 2 < 0$
3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x - \frac{3}{x}, & x > 0, \\ x^2 + 2, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f(f(-1)) =$
 A. -3 B. 3 C. -2 D. 2
4. “ $x=2$ ”是“ $x-2 = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ ”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 函数 $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^3}$ 的部分图象大致是



6. 已知关于 x 的不等式 $x^2 - ax + a \geq 0$ 对任意的 x 恒成立, 则 a 的最大值是
 A. 0 B. 2 C. 4 D. 6
7. 某班有学生 56 人, 同时参加了数学小组和英语小组的学生有 32 人, 同时参加了英语小组和语文小组的学生有 22 人, 同时参加了数学小组和语文小组的学生有 25 人. 已知该班学生每人至少参加了 1 个小组, 则该班学生中只参加了数学小组、英语小组和语文小组中的一个小组的人数最多是
 A. 20 B. 21 C. 23 D. 25

8. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = 2f(x)$, 且当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x) = \frac{2}{x} + 2x - 3$, 则 $f(\frac{9}{2}) =$
 A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分。

9. 下列各组函数中,表示同一函数的有
 A. $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$
 B. $y=2x$ 与 $y=2\sqrt[3]{x^3}$
 C. $y=x^2+x+3$ 与 $y=t^2+t+3$
 D. $y=x^2$ 与 $y=\sqrt{x^4}$
10. 已知 $a > b$, 则下列不等式一定成立的是
 A. $ac^2 - b > bc^2 - a$ B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
 C. $a^3 > b^3$ D. $a^2 > ab$
11. 设集合 $A_k = \{x | x = 2nk + 1, n \in \mathbf{Z}\} (k = 1, 2, 3)$, 则下列结论正确的是
 A. $2025 \in A_1 \cap A_2$
 B. 若 $a \in A_2$, 且 $ab \in A_3$, 则 $b \notin A_1$
 C. 若 $a \in A_2, b \in A_3$, 则 $ab \in A_1$
 D. 若 $a \in A_2, b \in A_3$, 则 $3a + 2b \in A_2$
12. 若关于 x 的不等式 $x^2 - (a+3)x + 3a < 0$ 恰有 4 个整数解, 则
 A. a 的值可以是 $\frac{15}{2}$ B. a 的值不可能是 -2
 C. a 的最大值是 8 D. a 的最小值是 7

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 函数 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-3}} + (x-2)^0$ 的定义域是 \blacktriangle .
14. 已知函数 $f(2x+1) = x^2 - 3x + 1$, 则 $f(x) = \blacktriangle$.
15. 秋游不仅能让人们放松身心,还能让人们了解自然,热爱自然. 某班组织同学去秋游. 若参加秋游的人数不超过 25, 则秋游费用为每人 180 元; 若参加秋游的人数超过 25, 但不超过 45, 则秋游费用为每人 150 元; 若参加秋游的人数超过 45, 则秋游费用为每人 120 元. 若此次秋游的总费用为 6600 元, 则参加此次秋游的人数是 \blacktriangle .
16. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $a + b = 2$, 则 $\frac{2}{ab} + \frac{3b}{2a}$ 的最小值是 \blacktriangle .

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知集合 $A = \{x \mid |x-1| \geq 2\}$, $B = \{x \mid a-1 < x < a+3\}$.

(1) 当 $a=1$ 时,求 $A \cap B$;

(2) 若 $A \cup B = A$,求 a 的取值范围.

18. (12 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{x-a} + \sqrt{x+2}$.

(1) 当 $a=1$ 时,用定义法证明 $f(x)$ 是 $(1, +\infty)$ 上的增函数;

(2) 若 $f(x)$ 的最小值为 2,求 a 的值.

19. (12 分)

已知 $a > 0, b > 0$,且 $a+b=1$,证明:

(1) $2a^2 + 2b^2 \geq 1$;

(2) $\frac{1}{a} + \frac{9}{b} \geq 16$.

20. (12 分)

已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数,当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若 $f(x)$ 在 $(2a-1, a+2)$ 上单调递增,求 a 的取值范围.

21. (12 分)

若 x, y, a 满足 $|x-a| > |y-a|$,则称 x 比 y 更远离 a .

(1) 判断“ $x > y > a$ ”是“ x 比 y 更远离 a ”的什么条件,并说明理由;

(2) 已知 $m > 0, n > 0, b = \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + 2mn$,证明: b 比 $2\sqrt{3}$ 更远离 2.

22. (12 分)

已知某工厂设计一个零件部件,要求从圆形铁片上进行裁剪,部件由 6 个全等的等腰三角形和一个正六边形构成,其中 O 是圆心,也是正六边形的中心. 设正六边形边长 $AB = 2x$ cm,等腰三角形的腰 $AC = y$ cm,要求 $y < 2x$,该部件的面积为 12 cm^2 .

(1) 求 y 关于 x 的关系式,并求出 x^2 的取值范围;

(2) 请问当 x 取何值时,该部件的周长取最小值,并求出此时该圆形铁片的面积.

