



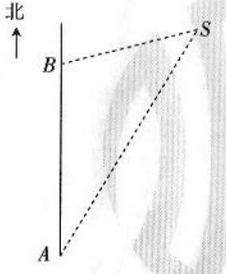
# 高一数学试题

## 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教A版必修第一册第五章至必修第二册第七章。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 在平行四边形  $ABCD$  中,  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} =$ 
  - A.  $\overrightarrow{DA}$
  - B.  $\overrightarrow{BD}$
  - C.  $\overrightarrow{BA}$
  - D.  $\overrightarrow{DC}$
2. 设  $(2-3i)a+b=3i$ , 其中  $a, b$  为实数, 则
  - A.  $a=1, b=-2$
  - B.  $a=1, b=2$
  - C.  $a=-1, b=2$
  - D.  $a=-1, b=-2$
3. 下列函数为偶函数且在  $(0, \frac{\pi}{2})$  上为减函数的是
  - A.  $f(x) = \sin x$
  - B.  $f(x) = \tan x$
  - C.  $f(x) = \cos x$
  - D.  $f(x) = |x|$
4. 已知  $A(0, 1), B(m, 3), C(4, 7)$  三点共线, 则  $m =$ 
  - A.  $-\frac{1}{3}$
  - B.  $\frac{1}{3}$
  - C.  $\frac{4}{3}$
  - D. 2
5. 已知  $a, b, c$  分别为  $\triangle ABC$  三个内角  $A, B, C$  的对边, 且  $a \cos C = b + \frac{2}{3}c$ , 则  $\triangle ABC$  是
  - A. 锐角三角形
  - B. 直角三角形
  - C. 等腰三角形
  - D. 钝角三角形
6. 已知  $a = \cos 1, b = \sin 1, c = \tan 1$ , 则
  - A.  $a < b < c$
  - B.  $c < b < a$
  - C.  $b < c < a$
  - D.  $c < a < b$
7. 如图, 一艘船向正北方向航行, 航行速度为每小时  $10\sqrt{39}$  海里, 在  $A$  处看灯塔  $S$  在船的北偏东  $\theta$  ( $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ) 的方向上. 1 小时后, 船航行到  $B$  处, 在  $B$  处看灯塔  $S$  在船的北偏东  $3\theta$  的方向上, 则船航行到  $B$  处时与灯塔  $S$  的距离为
  - A.  $10\sqrt{3}$  海里
  - B.  $20\sqrt{3}$  海里
  - C.  $10\sqrt{13}$  海里
  - D.  $20\sqrt{13}$  海里



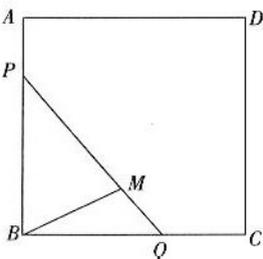
8. 已知复数  $z_1 = 2+i$  是关于  $x$  的方程  $x^2 + px + q = 0 (p, q \in \mathbf{R})$  的一个根, 若复平面内满足  $|z - z_1| = p + q$  的点  $Z$  的集合为图形  $M$ , 则  $M$  围成的面积为
  - A.  $\pi$
  - B.  $16\pi$
  - C.  $25\pi$
  - D.  $81\pi$

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分。

9. 已知复数  $z_1 = 2+i, z_2 = 1-2i$ , 则
  - A.  $|z_1| = |z_2|$
  - B.  $z_1$  的共轭复数为  $z_2$
  - C. 复数  $z_1 z_2$  对应的点位于第二象限
  - D. 复数  $\frac{z_1}{z_2}$  为纯虚数
10. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=1, AC=2, A = \frac{2\pi}{3}, \overrightarrow{BC} = 5\overrightarrow{CD}, E$  为  $AC$  的中点, 则
  - A.  $\overrightarrow{BD} = 4\overrightarrow{DC}$
  - B.  $\overrightarrow{AD} = \frac{6}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$
  - C.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1$
  - D.  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BE} = \frac{39}{10}$
11. 已知  $a, b, c$  分别为  $\triangle ABC$  三个内角  $A, B, C$  的对边, 若  $a=2, A = \frac{\pi}{4}, b=x$ , 满足此条件的三角形只有一个, 则  $x$  的值可能为
  - A.  $\sqrt{2}$
  - B. 2
  - C.  $2\sqrt{2}$
  - D. 3
12. 已知函数  $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{2 + \sin 2x}$ , 则
  - A.  $y = f(x)$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{4}$  对称
  - B.  $y = f(x)$  的图象关于点  $(-\frac{\pi}{4}, 0)$  对称
  - C.  $f(x)$  既是周期函数又是奇函数
  - D.  $f(x)$  的最大值为  $\frac{1}{2}$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 函数  $f(x) = 2\sin(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{5}) - 1$  的最小正周期为  $\blacktriangle$ , 最小值为  $\blacktriangle$ . (本题第一空3分, 第二空2分)
14. 已知函数  $f(x) = \tan(3x + \varphi) (|\varphi| \leq \frac{\pi}{4})$  的图象关于点  $(-\frac{\pi}{9}, 0)$  对称, 则  $\varphi = \blacktriangle$ .
15. 已知  $M$  为线段  $AB$  上的任意一点,  $O$  为直线  $AB$  外一点,  $A$  关于点  $O$  的对称点为  $C, B$  关于点  $C$  的对称点为  $D$ , 若  $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OC} + y\overrightarrow{OD}$ , 则  $x + 3y = \blacktriangle$ .
16. 如图, 某公园内有一个边长为  $12\text{ m}$  的正方形  $ABCD$  区域, 点  $M$  处有一个路灯,  $BM = 5\text{ m}, \sin \angle MBQ = \frac{3}{5}$ , 现过点  $M$  建一条直路分别交正方形区域两边  $AB, BC$  于点  $P$  和点  $Q$ , 若对五边形  $APQCD$  区域进行绿化, 则此绿化区域面积的最大值为  $\blacktriangle\text{ m}^2$ .



四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知复数  $z = (-m^2 + m + 2) + (m^2 + m)i (m \in \mathbf{R})$ .

- (1) 若  $z$  为实数,求  $m$  的值;
- (2) 若  $z$  为纯虚数,求  $m$  的值;
- (3) 复数  $z$  在复平面内所对应的点位于第四象限,求  $m$  的取值范围.

18. (12 分)

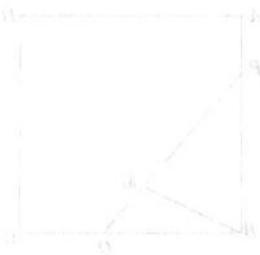
已知平面向量  $\mathbf{a} = (1, 2), \mathbf{b} = (0, -1), \mathbf{a} \perp \mathbf{c}$ , 且  $\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 3$ .

- (1) 求  $\mathbf{c}$  的坐标;
- (2) 求向量  $\mathbf{a} - \mathbf{c}$  在向量  $\mathbf{b}$  上的投影向量的模.

19. (12 分)

已知角  $\theta$  的始边为  $x$  轴非负半轴,终边过点  $A(-1, \sqrt{2})$ .

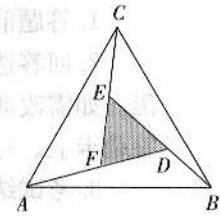
- (1) 求  $\frac{-\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) + \sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\sin(2\pi - \theta) - 2\sqrt{2} \cos(-\theta)}$  的值;
- (2) 已知角  $\alpha$  的始边为  $x$  轴非负半轴,角  $\theta$  和  $\alpha$  的终边关于  $y$  轴对称,求  $\cos(\theta - \alpha - \frac{\pi}{3})$  的值.



20. (12 分)

赵爽是我国古代数学家,他为《周髀算经》一书作序时,介绍了“勾股圆方图”,亦称“赵爽弦图”(以弦为边长得到的正方形由 4 个全等的直角三角形再加上中间的一个小正方形组成).类比“赵爽弦图”,可构造如图所示的图形,它是由 3 个全等的三角形与中间一个小等边三角形拼成的一个较大的等边三角形.已知  $\sin \angle CAF = 2 \sin \angle ACF$ .

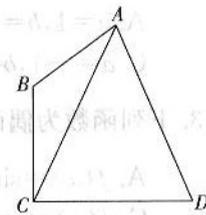
- (1) 证明:  $F$  为  $AD$  的中点.
- (2) 求向量  $\overrightarrow{AC}$  与  $\overrightarrow{BE}$  夹角的余弦值.



21. (12 分)

如图,在平面四边形  $ABCD$  中,  $AC = 4, BC \perp CD$ .

- (1) 若  $AB = 2, BC = 3, CD = \sqrt{15}$ , 求  $\triangle ACD$  的面积;
- (2) 若  $\angle B = \frac{2\pi}{3}, \angle D = \frac{\pi}{6}$ , 求  $(\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{1}{2})AD - BC$  的最大值.



22. (12 分)

已知函数  $f(x) = 2 \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, \varphi \in [0, 2\pi])$  的部分图象如图所示.

- (1) 求  $f(x)$  的解析式;
- (2) 将函数  $f(x)$  图象的横坐标变为原来的 3 倍,纵坐标不变,再向左平移  $\pi$  个单位长度,得到函数  $y = g(x)$  的图象,若  $g(\lambda x + \pi)$  在区间  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$  上无零点,求正数  $\lambda$  的取值范围.

