机密★启用前〔考试时间：2025年7月2日下午15:00－17:00〕

乐山市普通高中2027届高一下学期教学质量检测

数　学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设$z=4-3\mathrm{i}$，则在复平面内$\bar{z}$对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

【答案】A

【解析】$\bar{z}=4+3\mathrm{i}$，对应的点位于第一象限.

【命题立意】改编自《必修第二册》P71例2，考查复数的几何意义.

2. 下列说法正确的是

A. 若$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$为单位向量，则$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$　　B. 若$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$为平行向量，则$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

C. 若$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，则$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$　　D. 若$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，则$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$

【答案】D

【解析】由向量相等的概念可知ABC错，D正确.

【命题立意】改编自《必修第二册》P5第3题，考查两个向量相等的含义.

3. 用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图时，下列结论中正确的是

A. 相等的线段在直观图中仍然相等　　B. 平行的线段在直观图中仍然平行

C. 垂直的线段在直观图中仍然垂直　　D. 相等的角在直观图中仍然相等

【答案】B

【解析】以正方形为例，根据斜二测画法可知，ACD错误，B正确。

【命题立意】改编自《必修第二册》P109练习1，理解运用斜二测画法作图过程中的变与不变.

4. 小王参加射击比赛考核，每次射击命中目标的概率为0.8，规定若第一次命中，才能进入第二次射击，且这两次射击相互独立.第一次未命中得0分，仅第一次命中得10分，两次都命中可得20分，那么小王此次考核得分不低于10分的概率是

A. 0.16　　B. 0.64　　C. 0.8　　D. 0.96

【答案】C

【解析】$P=1-0.2=0.8$

5. 下列命题中正确的有

①过平面外一点，有且只有一条直线与这个平面垂直

②过直线外一点，有且只有一个平面与这条直线平行

③如果平面α不垂直于平面β，那么平面α内一定不存在直线垂直于平面β

④垂直于同一条直线的两条直线平行

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

【答案】B

【解析】①正确，②错误，③正确，④错误，故选 B.

【命题立意】改编自《必修第二册》P162 第 2 题，练习第 1 题，考查直线与平面平行，直线与平面垂直的定义及判定定理和性质定理.

6. 某班级对 60 名学生的一次数学测验成绩进行统计，成绩分布如下表：

分数段	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$
人数	6	12	18	15	9

则这次测试成绩的第 80 百分位数是

A. 80　　B. 85　　C. 88　　D. 92

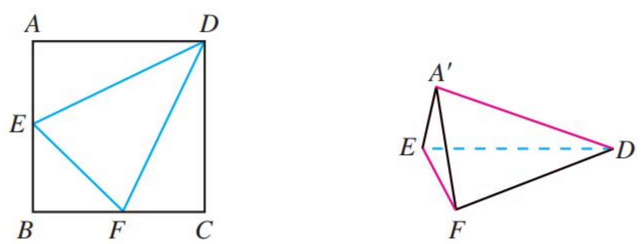
【答案】C

7. 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+B(A>0,\omega>0)$ 的图象的一个最高点坐标为 $(\frac{\pi}{12}，3)$，相邻的一个最低点坐标为 $(\frac{7\pi}{12}，-1)$，则 ω，φ 的值分别为

A. 4，$\frac{\pi}{6}$　　B. 2，$\frac{\pi}{6}$　　C. 4，$\frac{\pi}{3}$　　D. 2，$\frac{\pi}{3}$

【答案】D

8. 如图，在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中，点 E 是 AB 的中点，点 F 是 BC 的中点，将 $\triangle AED$，$\triangle BEF$，$\triangle DCF$ 分别沿 DE，EF，DF 折起，使 A，B，C 三点重合于点 A'.则三棱锥 $A'-EFD$ 的外接球表面积为



A. 4π　　B. 6π　　C. 8π　　D. 12π

【答案】B

【命题立意】改编自《必修第二册》P170 第 10 题

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 下列推断正确的是

A. A，B，$C\in\alpha$，A，B，$C\in\beta$，且 A，B，C 不共线 $\Rightarrow\alpha$，β 重合

B. $l\not\subset\alpha$，$A\in l\Rightarrow A\notin\alpha$

C. 已知平面 α 和直线 l 有交点，则“直线 l 与平面 α 垂直”是“平面 α 内存在两条夹角为 30° 的直线 m，n，使得 $m\perp l$ 且 $n\perp l$”的充要条件

D. 已知 m，l 是两条不同的直线，α，β 是两个不同的平面，$l\perp\alpha$，$m\parallel l$，$m\parallel\beta\Rightarrow\alpha\perp\beta$

【答案】ACD

【解析】对于A．有三个不共线的点在平面α，β中，α，β重合，故B正确．
对于B．若$l\cap\alpha=A$，则有$l\not\subset\alpha$，$A\in l$，但$A\in\alpha$，故A错误
对于C．若直线l与平面α垂直，则l垂直α内的任意一条直线，若平面α内存在两条夹角为30°的直线m，n，则$l\perp m$且$l\perp n$，故充分性成立;
若平面α内存在两条夹角为30°的直线m，n，使得$m\perp l$且$n\perp l$，由线面垂直的判定定理可知直线l与平面α垂直，故必要性成立;
所以“直线l与平面α垂直”是“平面α内存在两条夹角为30°的直线m，n，使得$m\perp l$且$n\perp l$”的充要条件．故C正确．
对于D．$l\perp\alpha$，$m\parallel l$，则$m\perp\alpha$，又$m\parallel\beta$，则$\alpha\perp\beta$，故D正确
【命题立意】理解空间中点线面的位置关系，并能根据相关定理作出判断。

10. 设向量$\boldsymbol{a}=\left(\cos\frac{\pi}{3},\sin\frac{\pi}{3}\right)$，$\boldsymbol{b}=(\cos\theta,\sin\theta)$，下列说法正确的是

A. 若$\theta=\frac{4\pi}{3}$时，则$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$
B. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$垂直
C. 若$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{\sqrt{3}}{2}$时，则$\langle a,b\rangle=\frac{\pi}{3}$
D. 若$\theta=0$时，$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$上的投影向量为$\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$

【答案】ABD

11. 在对某中学高三年级学生体重(单位：kg)的调查中，按男、女生人数5:4的比例用分层随机抽取90名学生进行测量.已知抽取的男生体重的平均数和方差分别为54，20，抽取的女生体重的平均数和方差分别为45，11，则

A. 抽取的男生有50人
B. 抽取的女生有50人
C. 估计该校高三年级学生体重的平均数为50
D. 估计该校高三年级学生体重的方差为36

【答案】ACD

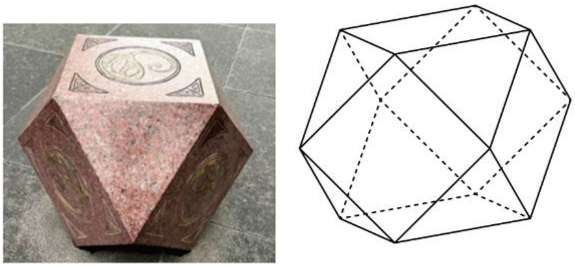
【解析】由分层随机抽样样本平均数公式可得$\bar{x}=\frac{50\times54+40\times45}{50+40}=50$，
根据分层随机抽样样本方差公式$s^2=\frac{50}{90}[20+(54-50)^2]+\frac{40}{90}[11+(45-50)^2]=36$.
【命题立意】改编自《必修第二册》P213例6,考查分层抽样、平均数、方差.

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12. 计算：$(\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}+\frac{1}{2})(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i})=$______.

【答案】1
【命题立意】改编自《必修第二册》P80第3题（4），考查复数的四则运算.

13. “阿基米德多面体”也称半正多面体，是由边数不全相同的正多边形围成的多面体，它体现了数学的对称美．某广场设置了一些石凳供大家休息（如图），这些石凳是14个面的半正多面体，如果石凳的棱长为1，则石凳的表面积是______，体积是______.



【答案】$6+2\sqrt{3}$；$\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$

【命题立意】改编自《必修第二册》P116 第 3 题，考查简单几何体的体积.

14. 已知梯形 $ABCD$，$AD \parallel BC$，$AB=BC=CD=\dfrac{1}{2}AD=2$，点 P 是梯形内一点，且满足 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=\vec{0}$，则三角形 $\triangle PAB$ 面积为______.

【答案】$\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$

【命题立意】改编自《必修第二册》P52 第 2 题，考查平面向量的应用.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

袋子中有 5 个大小质地完全相同的球，其中 2 个红球、3 个黄球，从中不放回地依次随机摸出 2 个球，记事件 $A=$“第一次摸到红球”，事件 $B=$“第二次摸到红球”.

(1) 求 $P(A)$ 和 $P(B)$ 的值；

(2) 求两次摸到的不都是红球的概率.

【答案】(1) 将两个红球编号为 1， 2， 三个黄球编号为 3， 4， 5.

第一次摸球时有 5 种等可能的结果，第二次摸球时都有 4 种等可能的结果．将两次摸球的结果配对，组成 20 种等可能的结果. ……2 分

第一次摸到红球的可能结果有 8 种，即 $A=\{(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,1),(2,3),(2,4),(2,5)\}$.

……4 分

所以 $P(A)=\dfrac{8}{20}=\dfrac{2}{5}$. ……5 分

第二次摸到红球的可能结果也有 8 种，即 $B=\{(2,1),(3,1),(4,1),(5,1),(1,2),(3,2),(4,2),(5,2)\}$.

……7 分

所以 $P(B)=\dfrac{8}{20}=\dfrac{2}{5}$. ……8 分

(2) 事件 $AB=$“两次摸到都是红球”包含 2 个可能结果，即 $AB=\{(1,2),(2,1)\}$. ……10 分

则两次摸到都是红球的概率 $P(AB)=\dfrac{2}{20}=\dfrac{1}{10}$. ……11 分

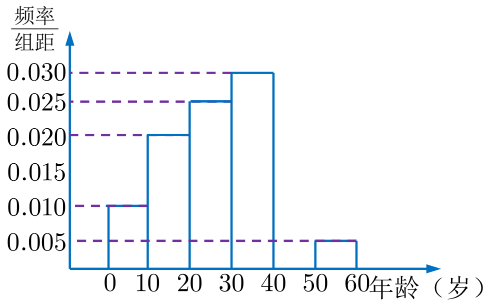
故两次摸到的不都是红球的概率 $P(\bar{A}+\bar{B})=1-P(AB)=1-\dfrac{1}{10}=\dfrac{9}{10}$. ……13 分

【命题立意】改编自《必修第二册》P238 例 9，考查古典概型.

16. (15 分)

《哪吒之魔童闹海》自上映以来，票房一路高歌猛进，截至 2025 年 5 月，票房已突破 158 亿.根据灯塔数据库的数据，某团队随机抽取 1000 人为样本，统计他们的年龄，并绘制如下的频数分布表和频率分布直方图：

组数	分组	频数
第一组	$[0,10)$	100
第二组	$[10,20)$	m
第三组	$[20,30)$	250
第四组	$[30,40)$	300
第五组	$[40,50)$	n
第六组	$[50,60]$	50



(1) 请求出频数分布表中 m，n 的值，并补全频率分布直方图；

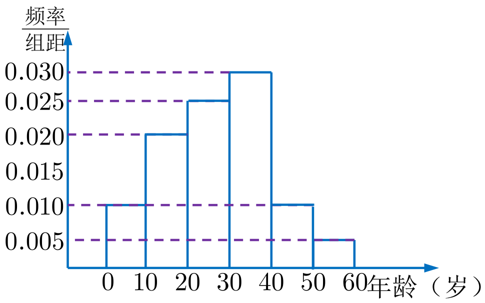
(2) 试估计观众年龄的众数、中位数和平均数 (每组年龄用中间值代替).

【答案】(1) $\because$ 第二组的频率为 $0.02\times10=0.2$，

$\therefore m=0.2\times1000=200$. ……2 分

$\therefore n=1000-100-200-250-300-50=100$. ……4 分

补全频率分布直方图如下：



. ……6 分

（2）观众年龄的众数为 $\dfrac{30+40}{2}=35$. ……8 分

设年龄的中位数为 x，

$\because 0.1+0.2=0.3<0.5, 0.1+0.2+0.25=0.55>0.5$,

$\therefore$ 中位数位于 $[20,30)$. ……10 分

则 $0.3+0.025(x-20)=0.5$，解得 $x=28$. ……12 分

年龄的平均数 $\bar{x}=5\times0.1+15\times0.2+25\times0.25+35\times0.3+45\times0.1+55\times0.05=27.5$.

……15 分

【命题立意】改编自《必修第二册》P206 例 5，考查频率分布直方图、总体集中趋势的估计.

17. (15 分)

$\triangle ABC$ 的三个内角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，且 $a=4\sin A$，$c\cos C=\sqrt{3}$.

（1）求 C；

（2）若 $0<C<\dfrac{\pi}{4}$，边 AB 上的高为 $\sqrt{3}$，求 $\triangle ABC$ 的周长.

【答案】(1) $\because \dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}$，$a=4\sin A$，

$\therefore c=4\sin C$. ……2 分

$\because c\cos C=\sqrt{3}$，

$\therefore 4\sin C\cos C=\sqrt{3}$，即 $\sin 2C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. ……4 分

$\because 0<C<\pi$

$\therefore C=\dfrac{\pi}{6}$ 或 $C=\dfrac{\pi}{3}$. ……6 分

(2) $\because 0<C<\frac{\pi}{4}$，$\therefore C=\frac{\pi}{6}$． ……7 分

$\because c\cos C=\sqrt{3}$，$\therefore c=2$． ……8 分

$\because$ 边 AB 上的高为 $\sqrt{3}$

$\therefore \frac{1}{2}\cdot c\cdot\sqrt{3}=\frac{1}{2}\cdot a\cdot b\cdot\sin C$，则 $ab=4\sqrt{3}$． ……10 分

又由余弦定理得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

$\therefore a^2+b^2=16$． ……12 分

又 $ab=4\sqrt{3}$

$\therefore \begin{cases}a=2\\b=2\sqrt{3}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=2\sqrt{3}\\b=2\end{cases}$． ……14 分

$\therefore \triangle ABC$ 的周长 $a+b+c=4+2\sqrt{3}$． ……15 分

【命题立意】改编自《必修第二册》P47 例 7，考查解三角形．

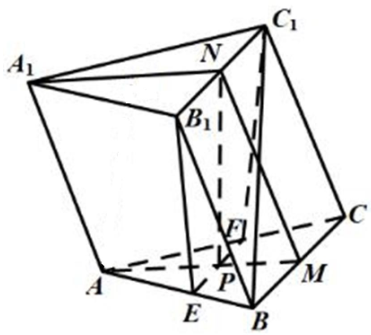
18. (17 分)

如图，已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是正三角形，侧面 BB_1C_1C 是矩形，M，N 分别为 BC，B_1C_1 的中点，P 为 AM 上一点，过 B_1C_1 和 P 的平面交 AB 于 E，交 AC 于 F．

(1) 求证：$B_1C_1 /\!/ EF$；

(2) 求证：$NP\perp B_1C_1$；

(3) 设 BB_1 与平面 EFC_1B_1 所成角为 30°，且 $AB=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$BB_1=2$，$NP=\sqrt{3}$，求四棱锥 $B-B_1C_1FE$ 的体积．



【答案】(1) 证明：$\because$ 四边形 BB_1C_1C 是矩形，

$\therefore B_1C_1 /\!/ BC$． ……1 分

又 $B_1C_1\not\subset$ 平面 ABC，$BC\subset$ 平面 ABC，

$\therefore B_1C_1 /\!/$ 平面 ABC． ……2 分

又平面 $B_1C_1FE\cap$ 平面 $ABC=EF$，

$\therefore B_1C_1 /\!/ EF$． ……3 分

(2) 在等边 ABC 中，$\because M$ 为 BC 的中点，

$\therefore AM\perp BC$． ……4 分

$\because$ 侧面 BCC_1B_1 为矩形，$\therefore BC\perp BB_1$．

$\because MN /\!/ B_1B$，$\therefore BC\perp MN$． ……5 分

又 $AM\cap MN=M$，AM，$MN\subset$ 平面 $AMNA_1$

$\therefore BC\perp$ 平面 $AMNA_1$． ……6 分

$\because NP\subset$ 平面 $AMNA_1$，

$\therefore BC\perp NP$． ……7 分

又 $BC \parallel B_1C_1$，

$\therefore NP \perp B_1C_1$. ··8 分

（3）过 M 作 PN 的垂线，垂足为 H，

由（1）（2）可知 $EF \parallel BC$，$BC \perp$ 平面 $AMNA_1$,

$\therefore EF \perp$ 平面 $AMNA_1$. ··9 分

又 $MH \subset$ 平面 $AMNA_1$，

$\therefore EF \perp MH$. ···10 分

又 $MH \perp PN$，$EF \cap PN = P$，

$\therefore MH \perp$ 平面 EFC_1B_1. ···11 分

又 $MN \parallel B_1B$，则 $\angle MNP$ 就是 BB_1 与平面 EFC_1B_1 所成的角，

$\therefore \angle MNP = 30^\circ$. ···12 分

$\because NP = \sqrt{3}$，$MN = 2$，

$\therefore$ 由余弦定理可得 $MP = 1$，即 P 为 AM 的中点. ··13 分

$\because MP^2 + NP^2 = MN^2$，

$\therefore MP \perp NP$. ···14 分

又 $MP \perp EF$ 且 $NP \cap EF = P$，

$\therefore MP \perp$ 平面 B_1C_1FE. ··15 分

$\because$ 四边形 B_1C_1FE 为梯形且 $NP = \sqrt{3}$，

$\therefore S_{B_1C_1FE} = \frac{1}{2} \times (\frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{4\sqrt{3}}{3}) \times \sqrt{3} = 3$. ··16 分

$\because BC \parallel$ 平面 B_1C_1EF，

$\therefore V_{B-B_1C_1FE} = V_{M-B_1C_1FE} = \frac{1}{3} \times 3 \times 1 = 1$. ··17 分

【命题立意】改编自 2020 年新课标 II 卷 20 题，考查平行，垂直的证明及线面角.

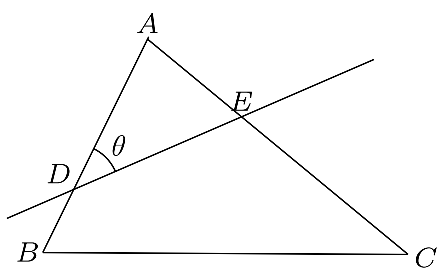
19. (17 分)

(1)叙述正弦定理；

(2)用向量法证明正弦定理(以锐角三角形为例)；

(3)类比上述方法，解决以下问题：

如图，直线 l 与 $\triangle ABC$ 的边 AB，AC 分别相交于 D，E，设 $AB = c$，$BC = a$，$CA = b$，$\angle ADE = \theta$，试用向量的方法探究 θ 与 $\triangle ABC$ 的边角之间的等量关系.

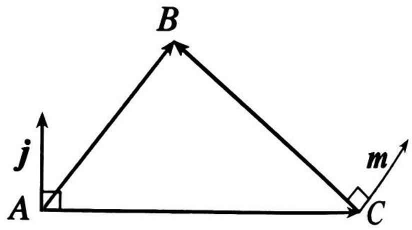


【答案】(1)在一个三角形中，各边和它所对角的正弦的比相等.

即 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$. ···3 分

(2)如图，在锐角 $\triangle ABC$ 中，过点 A 作与 $\overrightarrow{AC}$ 垂直的单位向量 $\boldsymbol{j}$，则 $\boldsymbol{j}$ 与 $\overrightarrow{AB}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{2} - A$，$\boldsymbol{j}$

与 $\overrightarrow{CB}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{2}-C$. ……………………………………………………………………………4 分



因为 $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$，所以 $\boldsymbol{j}\cdot(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB})=\boldsymbol{j}\cdot\overrightarrow{AB}$. ……………………………………………6 分

由分配律，得 $\boldsymbol{j}\cdot\overrightarrow{AC}+\boldsymbol{j}\cdot\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{j}\cdot\overrightarrow{AB}$

即 $|\boldsymbol{j}||\overrightarrow{AC}|\cos\frac{\pi}{2}+|\boldsymbol{j}||\overrightarrow{CB}|\cos\left(\frac{\pi}{2}-C\right)=|\boldsymbol{j}||\overrightarrow{AB}|\cos\left(\frac{\pi}{2}-A\right)$,

也即 $a\sin C=c\sin A$.

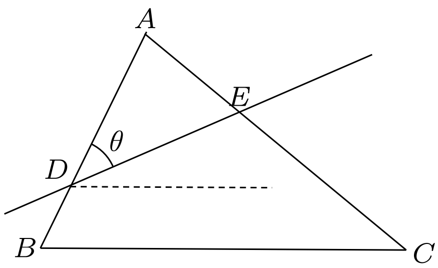
所以 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$. ……………………………………………………………………………8 分

同理，过点 C 作与 $\overrightarrow{CB}$ 垂直的单位向量 $\boldsymbol{m}$,

可得 $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$. ……………………………………………………………………………9 分

因此 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$. ……………………………………………………………………10 分

(3) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\mathbf{0}$.



设单位向量 $\boldsymbol{m}=\frac{1}{|\overrightarrow{DE}|}\overrightarrow{DE}$.

于是 $\boldsymbol{m}\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA})=0$，即 $\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AB}+\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BC}+\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CA}=0$. ……………………………12 分

过点 D 作 BC 的平行线，则 $\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BC}=|\overrightarrow{BC}|\cos(B-\theta)=a\cos(B-\theta)$. ……………………………13 分

而 $\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}|\cos(\pi-\theta)=-c\cos\theta$. ……………………………………………………14 分

$\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CA}=|\overrightarrow{CA}|\cos(A+\theta)=b\cos(A+\theta)$. ……………………………………………………15 分

故 $-c\cos\theta+a\cos(B-\theta)+b\cos(A+\theta)=0$.

所以 $a\cos(B-\theta)+b\cos(A+\theta)=c\cos\theta$. ……………………………………………………16 分

当 θ 为零角、直角、钝角时， $a\cos(B-\theta)+b\cos(A+\theta)=c\cos\theta$ 仍然成立. ………………………17 分

【命题立意】改编自《必修第二册》