2023～2024 学年度下期高 2023 级期末联考
数学参考答案及评分标准

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	D	C	D	B	C	B

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求；全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9	10	11
BD	ACD	ABD

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12．$-2\mathrm{i}$　　13．4　　14．4

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15．（13 分）

解：（1）$\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向上的投影向量为 $\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|^2}\cdot\boldsymbol{a}=\dfrac{\sqrt{2}\times1\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}\cdot\boldsymbol{a}=\dfrac{1}{2}\boldsymbol{a}$；　…………………………6 分

（列出式子 $\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|^2}\cdot\boldsymbol{a}$ 给 2 分，代值计算给 1 分，计算结果正确给 3 分）

（2）$|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{4\boldsymbol{a}^2+4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2}=\sqrt{8+4\times\sqrt{2}\times1\times\frac{\sqrt{2}}{2}+1}=\sqrt{13}$．　……………………13 分

（把模转化成 $\sqrt{4\boldsymbol{a}^2+4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2}$ 给 2 分，代值计算给 1 分，计算结果正确给 4 分）

16．（15 分）

解：（1）证明：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore DA\perp AB$，

又 $\because$ 平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $ABCD\cap$ 平面 $ABP=AB$，

$\therefore DA\perp$ 平面 ABP，　…………………………2 分

$\therefore DA\perp BP$，

$\because AP=BP=2$，$AB=2\sqrt{2}$，$\therefore AP^2+BP^2=AB^2$，$\therefore BP\perp AP$，

$\because DA\cap AP=A$，$\therefore BP\perp$ 平面 DAP，　…………………………4 分

$\because DF\subset$ 平面 DAP，$\therefore BP\perp DF$；　…………………………5 分

（2）因为四边形 $ABCD$ 是矩形，所以 $AD\perp AB$，$AD/\!/BC$，

因为 $AD\subset$ 平面 PAD，$BC\not\subset$ 平面 PAD，所以 $BC/\!/$ 平面 PAD，

所以点 E 到平面 PAD 的距离等于点 B 到平面 PAD 的距离，　…………………………7 分

由（1）得 $DA\perp$ 平面 ABP，$BP\perp$ 平面 DAP，

而 $S_{\triangle PDF}=\dfrac{1}{2}\times PF\times AD=\dfrac{1}{2}\times1\times2=1$，　…………………………8 分

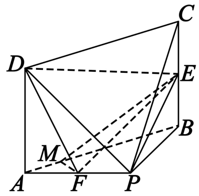
所以 $V_{P-DEF}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle PDF}\cdot BP=\dfrac{1}{3}\times1\times2=\dfrac{2}{3}$，　…………………………9 分

所以三棱锥 $P-DEF$ 的体积为 $\dfrac{2}{3}$；　…………………………10 分

（3）过点 F 作 $FM\perp AB$ 于点 M，连接 ME，

$\because$ 平面 $ABCD\perp$ 平面 ABP，平面 $ABCD\cap$ 平面 $ABP=AB$，

$\therefore FM\perp$ 平面 $ABCD$，$\therefore\angle FEM$ 为直线 EF 与平面 $ABCD$ 所成角，……………………………12 分



由已知可得 $FM=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$BF=\sqrt{5}$，

由 $BE\perp BF$ 得 $EF=\sqrt{6}$，

$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle FME$ 中，$\sin\angle FEM=\dfrac{FM}{BM}=\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$，……………………………14 分

故直线 EF 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$．……………………………15 分

17．（15 分）

解：（1）$\because 0.04+0.14+10m+0.22+0.20+10m+0.08=1$，……………………………1 分

$\therefore m=0.016$，……………………………3 分

估计每天户外锻炼时长在 30 min～60 min 的人数为

$500\times(0.22+0.20+0.16)=290$（人）；……………………………5 分

（2）由题意知，平均时长为

$5\times0.04+15\times0.14+25\times0.16+35\times0.22+45\times0.20+55\times0.16+65\times0.08=37\ (\mathrm{min})$，…………9 分

$\therefore$ 估计高一年级学生每天进行户外锻炼的平均时长为 37 min；……………………………10 分

（3）$\because 0.04+0.14+0.16+0.22=0.56<0.75$,

$0.04+0.14+0.16+0.22+0.20=0.76>0.75$，……………………………11 分

$\therefore$ 高一年级学生每天进行户外锻炼的时长的上四分位数，即 75%分位数在[40,50]之间，

设高一年级学生每天进行户外锻炼的时长的 75%分位数为 x，

则 $0.56+0.020(x-40)=0.75$，解得 $x=49.5$，……………………………14 分

$\therefore$ 高一年级学生每天进行户外锻炼的时长的上四分位数是 49.5．……………………………15 分

18．（17 分）

解：（1）选①：因为 $a\cos B+b\sin\dfrac{A}{2}=c$，由正弦定理得，

$\sin A\cos B+\sin B\sin\dfrac{A}{2}=\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$，……………………………2 分

所以 $\sin B\sin\dfrac{A}{2}=\cos A\sin B$，又 $B\in(0,\pi)$，$\sin B\neq0$，

可得 $\sin\dfrac{A}{2}=\cos A=1-2\sin^2\dfrac{A}{2}$，……………………………4 分

解得 $\sin\dfrac{A}{2}=\dfrac{1}{2}$ 或 $\sin\dfrac{A}{2}=-1$（舍去），……………………………6 分

因为 $A\in(0,\pi)$，$\dfrac{A}{2}\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，可得 $\dfrac{A}{2}=\dfrac{\pi}{6}$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$；……………………………8 分

选②：因为 $b^2=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}S+ab\cos C$，且 $S=\dfrac{1}{2}ab\sin C$，……………………………2 分

所以 $b^2=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{1}{2}ab\sin C+ab\cos C$，即 $b=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a\sin C+a\cos C$，

由正弦定理可得 $\sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\sin A\sin C+\sin A\cos C$，……………………………4 分

又 $\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C$，所以 $\cos A\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\sin A\sin C$，

因为 $\sin C\neq 0$，所以 $\tan A=\sqrt{3}$， ……………………………6 分

又 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$； ……………………………8 分

选③：结合正弦定理，

得 $2a^2=(2b-c)b+(2c-b)c$，即 $a^2=b^2+c^2-bc$， ……………………………3 分

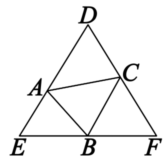
又由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，

所以 $bc=2bc\cos A$，即 $\cos A=\dfrac{1}{2}$， ……………………………6 分

又 $0<A<\pi$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$； ……………………………8 分

（2）由正弦定理，

得 $\dfrac{c}{b}=\dfrac{\sin C}{\sin B}=\dfrac{\sin(\frac{2\pi}{3}-B)}{\sin B}=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{1}{2}\sin B}{\sin B}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{\tan B}+\dfrac{1}{2}$， ……………………………10 分



由（1）可得 $B+C=\dfrac{2\pi}{3}$，

所以 $C=\dfrac{2\pi}{3}-B$，因为△ABC 为锐角三角形，

所以 $\begin{cases}0<B<\dfrac{\pi}{2}\\0<\dfrac{2\pi}{3}-B<\dfrac{\pi}{2}\end{cases}\Rightarrow\dfrac{\pi}{6}<B<\dfrac{\pi}{2}$，所以 $\dfrac{1}{\tan B}\in(0,\sqrt{3})$， ……………………………12 分

所以 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{\tan B}+\dfrac{1}{2}\in(\dfrac{1}{2},2)$，即 $\dfrac{c}{b}$ 的取值范围为 $(\dfrac{1}{2},2)$， ……………………………14 分

所以 $\dfrac{2c+b}{b}=2\dfrac{c}{b}+1\in(2,5)$． ……………………………17 分

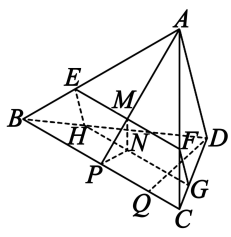
19．（17 分）

解：（1）∵四边形 $EFGH$ 为平行四边形，∴ $EF /\!/ GH$，

∵ $EF\subset$ 平面 ABC，$GH\not\subset$ 平面 ABC，∴ $GH /\!/$ 平面 ABC， ……………………………2 分

又∵ $GH\subset$ 平面 BCD，平面 $BCD\cap$ 平面 $ABC=BC$，∴ $GH /\!/ BC$，

又∵ $GH\subset$ 平面 $EFGH$，$BC\not\subset$ 平面 $EFGH$，∴ $BC /\!/$ 平面 $EFGH$； ……………………………5 分



（2）取 BC 中点 P，连接 AP，交 EF 于点 M，

过点 P 作 $PN\perp BC$，交 GH 于点 N，连接 MN，

过点 D 作 $DQ\perp BC$，垂足为 Q，

∵△ABC 是边长为 4 的等边三角形，

∴ $AP\perp BC$，$AP=2\sqrt{3}$， ……………………………6 分

∴ $\angle MPN$ 是二面角 $A-BC-D$ 的平面角，$\angle MPN=60^\circ$，

又∵ $GH /\!/ BC$，∴ $GH\perp PM$，$GH\perp PN$，

∵ $PM\cap PN=P$，PM，$PN\subset$ 平面 PMN，∴ $GH\perp$ 平面 PMN，

∵ $MN\subset$ 平面 PMN，∴ $GH\perp MN$， ……………………………7 分

同（1）过程可得：$AD//EH$，$\because \overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EB}$，$\therefore BH=\frac{1}{3}BD$，

$\because BC//GH$，$\therefore GH=\frac{2}{3}BC=\frac{8}{3}$，

$PN=\frac{1}{3}DQ=\frac{1}{3}BD\sin\alpha=\frac{1}{3}BC\cos\alpha\cdot\sin\alpha=\frac{2}{3}\sin 2\alpha$，　　　　……………………………8 分

$\because BC//EF$，$\therefore PM=\frac{1}{3}AP=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

在$\triangle PMN$中，

$MN=\sqrt{PM^2+PN^2-2PM\cdot PN\cos 60^\circ}=\sqrt{\frac{12}{9}+\frac{4\sin^2 2\alpha}{9}-\frac{4\sqrt{3}}{9}\sin 2\alpha}$

$=\frac{2}{3}\sqrt{(\sin 2\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2})^2+\frac{9}{4}}$，　　　　……………………………9 分

$\therefore$四边形 $EFGH$ 的面积$S_{EFGH}=GH\cdot MN=\frac{16}{9}\sqrt{(\sin 2\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2})^2+\frac{9}{4}}$，

当$\sin 2\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$时，$\because \alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\therefore 2\alpha\in(0,\pi)$，

则当$\alpha=\frac{\pi}{6}$或$\frac{\pi}{3}$时，S_{EFGH}的最小值为$\frac{8}{3}$；　　　　……………………………11 分

（3）由（2）知，$\angle MPN$是二面角$A-BC-D$的平面角，

设$\angle MPN=\beta$，$\beta\in(0,\frac{\pi}{2})$，

$\therefore$点 A 到平面 BCD 的距离$h=AP\sin\beta=2\sqrt{3}\sin\beta$，　　　　……………………………13 分

设$\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BA}$，则$PM=2\sqrt{3}\lambda$，$PN=2\lambda\sin 2\alpha$，

$\because$平面$EFGH\perp$平面$BCD=GH$，$GH\perp MN$，$MN\subset$平面 $EFGH$，

$\therefore MN\perp$平面 BCD，

$\because PN\subset$平面 BCD，$\therefore MN\perp PN$，　　　　……………………………14 分

$\therefore$在$\mathrm{Rt}\triangle PMN$中$\cos\beta=\frac{PN}{PM}=\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{3}}$，

$V_{ABCD}=\frac{1}{3}h\cdot S_{\triangle BCD}=\frac{1}{3}\cdot 2\sqrt{3}\sin\beta\cdot 4\sin 2\alpha=\frac{1}{3}\cdot 2\sqrt{3}\sin\beta\cdot 4\sqrt{3}\cos\beta=4\sin 2\beta$，

$\because 0<\cos\beta=\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{3}}\leqslant\frac{1}{\sqrt{3}}$，$\because \cos 2\beta=2\cos^2\beta-1$，

$\therefore -1<\cos 2\beta\leqslant-\frac{1}{3}$，又因为$2\beta\in(0,\pi)$，所以$2\beta\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，

$\therefore 0<\sin 2\beta\leqslant\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\therefore V_{ABCD}=4\sin 2\beta\leqslant\frac{8\sqrt{2}}{3}$，

即四面体 $ABCD$ 体积的最大值为$\frac{8\sqrt{2}}{3}$，　　　　……………………………16 分

解得$\cos\beta=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{3}}\Rightarrow\sin 2\alpha=1$，

因为$2\alpha\in(0,\pi)$，所以$2\alpha=\frac{\pi}{2}$，$\therefore \alpha=\frac{\pi}{4}$．　　　　……………………………17 分

解析：

1．解：由条件可知$z=\dfrac{6-8\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=-8-6\mathrm{i}$，$\therefore |z|=10$；故选 B.

2．解：根据 A，B 两点的坐标，可得$\overrightarrow{AB}=(3,1)$，$\because \boldsymbol{a}/\!/\overrightarrow{AB}$，$\therefore 4\times1-3m=0$，解得$m=\dfrac{4}{3}$；故选 C.

3．解：从第 7 行第 9 列开始向右读取数据，开始为 86，不符合要求，第一个数是 23，第二个数是 45，第三个数是 58，下一个数是 89，不符合要求，第四个数是 07，下一个数是 23，重复，第五个数是 18，下一个数是 96，不符合要求，第六个数是 08；故选 D.

4．解：如图 1，将正三棱台还原为正三棱锥，由相似关系可知，三棱锥$P-A_1B_1C_1$的棱长均为 6，如图 2，点 P 在底面$A_1B_1C_1$的射影是底面三角形的中心，高$PO=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}$，所以根据相似关系可知，三棱台的高也为$2\sqrt{6}$；故选 C.

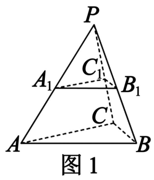


图 1

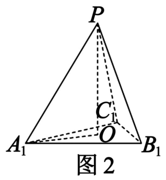


图 2

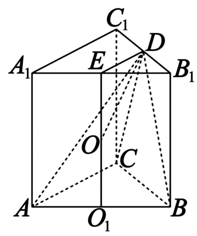
5．解：由数量积的几何意义$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|\times|\overrightarrow{AB}|=18$；故选 D.

6．解：过直线O_1O_2的平面截该圆柱所得的截面是面积为 4 的正方形，所以圆柱的高为 2，底面圆的直径为 2，所以该圆柱的表面积为$2\times\pi\times1^2+2\pi\times2=6\pi$；故选 B.

7．解：由$S_{\triangle ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，得$\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，因为$b=1$，$A=60°$，所以$c=2$，由余弦定理得

$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1+4-a^2}{2\times1\times2}=\dfrac{1}{2}$，解得$a=\sqrt{3}$，所以$\dfrac{2b+3c}{2\sin B+3\sin C}=\dfrac{a}{\sin A}=2$；故选 C.

8．解：因为$\triangle ABC$为等腰直角三角形，$AC=BC=1$，所以$\triangle ABC$的外接圆的圆心为 AB 的中点O_1，且$AO_1=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，设A_1B_1的中点为 E，连接O_1E，则$O_1E/\!/AA_1$，$O_1E\perp$平面 ABC，设三棱锥$D-ABC$外接球的球心为 O，由球的性质可得点 O 在O_1E上，设$OO_1=x$，$DE=t(0\leqslant t\leqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2})$，外接球的半径为 R，因为$OA=OD=R$，所以$\sqrt{x^2+(\dfrac{\sqrt{2}}{2})^2}=\sqrt{(2-x)^2+t^2}$，即$t^2=4x-\dfrac{7}{2}$，又$0\leqslant t\leqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则$\dfrac{7}{8}\leqslant x\leqslant1$，因为$R^2=x^2+\dfrac{1}{2}$，所以$\dfrac{81}{64}\leqslant R^2\leqslant\dfrac{3}{2}$，则$\dfrac{9}{8}\leqslant R\leqslant\dfrac{\sqrt{6}}{2}$；故选 B.



9．解：抽取的样本容量为$4000\times2\%=80$人，A 错误；
该校学生中对兴趣爱好类课程满意的人数约为$4000\times35\%\times50\%=700$人，B 正确；
抽取的学生中对创新素质类课程满意的人数为 24，则$120\times40\%\times a\%=24$，得$a=75$，C 错误；
由饼图知$1-35\%-40\%=25\%$，则$4000\times25\%=1000$人，D 正确；
故选：BD.

10．解：$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{(2\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2)^2}=\sqrt{4\boldsymbol{e}_1^2+4\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2+\boldsymbol{e}_2^2}=\sqrt{4|\boldsymbol{e}_1|^2+4|\boldsymbol{e}_1|\cdot|\boldsymbol{e}_2|\cos120°+|\boldsymbol{e}_2|^2}=\sqrt{4-4\times\dfrac{1}{2}+1}=\sqrt{3}$，

A 正确；
$\because \boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，$\therefore \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，即$(2\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2)\cdot(x\boldsymbol{e}_1+y\boldsymbol{e}_2)=0$，

所以$2x\boldsymbol{e}_1^2+y\boldsymbol{e}_2^2+2y\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2+x\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2=2x+y-y-\dfrac{1}{2}x=\dfrac{3x}{2}=0$，$\therefore x=0$，所以$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$的充要条件为$3x=0$，B 错误；

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(2\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2)\cdot(x\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2)=\dfrac{3x}{2}>0$，故$x>0$，若$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$共线，则$x=6$，所以实数 x 的取值范围为$(0,6)\cup(6,+\infty)$，C 正确；

方法一：应用几何意义作图可求得 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$；

方法二：$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}=(3\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2)(2\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2)=6\boldsymbol{e}_1^2+9\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2+3\boldsymbol{e}_2^2=\frac{9}{2}$，

$|(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})|=\sqrt{(3\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2)^2}=\sqrt{9\boldsymbol{e}_1^2+18\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2+9\boldsymbol{e}_2^2}=3$，所以 $\cos<\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}>=\frac{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}||\boldsymbol{a}|}=\frac{\frac{9}{2}}{3\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

因为 $<\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}>\in[0,\pi]$，所以 $<\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}>=\frac{\pi}{6}$，D 正确；

故选：ACD．

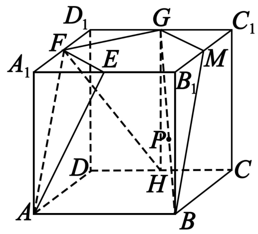
11．解：易得到 $EF\perp AC$，$EF\perp AA_1$，进而得到 $EF\perp$ 平面 ACC_1A_1，易证平面 $ACC_1A_1/\!/$ 平面 FGH，所以 $EF\perp$ 平面 FGH，故平面 $FGH\perp$ 平面 AEF，A 正确；

平面 EGB 即为平面 $EGCB$，将正方体分成等高的三棱锥 EBB_1-GCC_1 和四棱柱 $ABEA_1-DCGD_1$，易得底面积之比为 1:3，故体积比为 1:3，B 正确；

令正方体棱长为 2，利用 $\triangle D_1GB$ 三边长，求得 $\cos\angle D_1GB<0$，则 $\angle D_1GB$ 为钝角，而异面直线 BG 与 AB 所成的角小于等于 90°，C 错误；

如图，取 B_1C_1 中点 M，连接 GM，BM，易证 $GM/\!/EF$，$BM/\!/AF$，则两条线都平行于平面 AEF，则平面 $BGM/\!/$ 平面 AEF，故 $BG/\!/$ 平面 AEF，而 P 是线段 BG 上一动点，则移动中点 P 到平面 AEF 的距离为定值，且 $\triangle AEF$ 的面积也为定值，则三棱锥 $A-PEF$ 的体积为定值，D 正确；

故选：ABD．



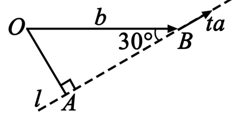
12．解：设 $z=x+y\mathrm{i}(x,\ y\in\mathbf{R})$，则 $\overline{z}=x-y\mathrm{i}$，由 $z-\overline{z}=4\mathrm{i}$，$z\cdot\overline{z}=4$，

得 $\begin{cases}x+y\mathrm{i}-(x-y\mathrm{i})=4\mathrm{i}\\(x+y\mathrm{i})(x-y\mathrm{i})=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=2\\x^2+y^2=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\y=2\end{cases}$，$\therefore\overline{z}=-2\mathrm{i}$．

13．解：因为样本 9，10，11，x，y 的平均数是 10，故 $\frac{1}{5}(9+10+11+x+y)=10$，且 $3x-2y=-5$，

得 $x=7$，$y=13$，则方差为 $\frac{1}{5}[(9-10)^2+(10-10)^2+(11-10)^2+(7-10)^2+(13-10)^2]=4$．

14．解：方法一：如图，当 t 变化时，$t\boldsymbol{a}$ 起点为 B，终点在 l 上运动，故 $|\boldsymbol{b}+t\boldsymbol{a}|$ 的最小值为 $|\overrightarrow{OA}|=2$，则 $|\boldsymbol{b}|=4$；



方法二：由题意可知，$|\boldsymbol{b}+t\boldsymbol{a}|=t^2\boldsymbol{a}^2+2t\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2$，令 $g(t)=t^2\boldsymbol{a}^2+2t\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2$，

因为 $\Delta=4(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2-4\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}^2=4\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}^2(\cos^2\frac{\pi}{6}-1)<0$，所以 $g(t)$ 恒大于零，

所以当 $t=-\frac{2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{2\boldsymbol{a}^2}=-\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}\cos\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}|\boldsymbol{b}|}{2|\boldsymbol{a}|}$ 时，$g(t)$ 取得最小值 2，

所以 $g(\frac{\sqrt{3}|\boldsymbol{b}|}{2|\boldsymbol{a}|})=\boldsymbol{a}^2(\frac{\sqrt{3}|\boldsymbol{b}|}{2|\boldsymbol{a}|})^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}(\frac{\sqrt{3}|\boldsymbol{b}|}{2|\boldsymbol{a}|})+|\boldsymbol{b}|^2=2$，化简得 $\frac{1}{8}|\boldsymbol{b}|^2=2$，所以 $|\boldsymbol{b}|=4$．